

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn: Toán 7

Thời gian làm bài: 150 phút,
không kể thời gian giao đề

Câu 1. (4,5 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau.

a) $A = \frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 16}$

b) $B = \frac{1}{\sqrt{49}} + \frac{1}{49} - \frac{1}{(7\sqrt{7})^2} - \frac{\sqrt{64}}{2} - \frac{4}{7} + \frac{4}{343}$

c) $C = \frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{2.7} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21} + \frac{3}{21.6}$

Câu 2. (3,5 điểm)

a) Tìm x biết: $\frac{x+4}{2020} + \frac{x+3}{2021} = \frac{x+2}{2022} + \frac{x+1}{2023}$.

b) Tìm x, y biết: $2x - \frac{1}{6} + \sqrt{3y+12} \in \mathbb{Q}$.

c) Tìm số nguyên x để $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ là một số nguyên.

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Ông Ba gửi ngân hàng 100 triệu, lãi suất 8% trên 1 năm. Hỏi sau 36 tháng số tiền cả gốc và lãi ông Ba thu được là bao nhiêu? (Biết nếu tiền lãi không rút ra thì tiền lãi đó sẽ nhập vào vốn để tính lãi cho các kì hạn tiếp theo).

b) Biết $x+1$ và $2x+1$ đồng thời là các số chính phương. Chứng minh $x \vdots 12$.

c) Cho hai đa thức: $f(x) = (x-1)(x+3)$ và $g(x) = x^3 - ax^2 + b - 3$. Xác định hệ số a, b của đa thức $g(x)$ biết nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại B có $\hat{C} = 60^\circ$, kẻ đường cao BK ($K \in AC$). Vẽ đường thẳng d là trung trực của AB cắt cạnh AB tại N , cắt cạnh AC tại M , cắt tia BK của tam giác ABC tại E .

a) Chứng minh $DANM = DBNM$ và M là trung điểm của AC .

b) Chứng minh điểm E cách đều MB và BC .

c) Vẽ điểm D thuộc đoạn BE sao cho $ED = \frac{1}{3}EB$, gọi I là trung điểm của ME . Chứng minh ba điểm C, D, I thẳng hàng.

Câu 5. (2,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = |7x - 5y| + |2z - 3x| + |xy + yz + zx - 2000|$

. --- Hết ---

(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

UBND THỊ XÃ HOÀNG MAI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM THI OLYMPIC
Năm học 2023-2024

(Hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

Môn: Toán 7

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4,5 điểm)		
a	$A = \frac{2^{12} \cdot 78}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 16}{3^9 \cdot 16}$ $= 3 + 3 = 6$	1.0 0,5
b	$B = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{49}} + \frac{1}{49} - \frac{1}{(7\sqrt{7})^2}}{\frac{\sqrt{64}}{2} - \frac{4}{7} + \frac{8}{49} - \frac{4}{343}} = \frac{1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3}}{\frac{8}{2} - \frac{4}{7} + \frac{4}{7^2} - \frac{4}{7^3}}$ $= \frac{1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3}}{4 - \frac{4}{7} + \frac{4}{7^2} - \frac{4}{7^3}} = \frac{1}{4}$	0.5 1.0
c	$P = \frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{2 \cdot 7} + \frac{5}{2 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 4} + \frac{5}{4 \cdot 21} + \frac{3}{21 \cdot 6}$ $= 4 \cdot \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{5}{8 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{5}{16 \cdot 21} + \frac{3}{21 \cdot 24}$ $= 4 \cdot \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{7 - 4}{4 \cdot 7} + \frac{8 - 7}{7 \cdot 8} + \frac{13 - 8}{8 \cdot 13} + \frac{16 - 13}{13 \cdot 16} + \frac{21 - 16}{16 \cdot 21} + \frac{24 - 21}{21 \cdot 24}$ $= 4 \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{24}$ $= 4 \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{24} = 4 \cdot \frac{21}{3 \cdot 24} = \frac{7}{6}$	0.5 0.5 0.5
Câu 2 (3,5 điểm)		

a	$\frac{x+4}{2020} + \frac{x+3}{2021} = \frac{x+2}{2022} + \frac{x+1}{2023}$ $\hat{U} \frac{x+4}{2020} + 1 + \frac{x+3}{2021} + 1 = \frac{x+2}{2022} + 1 + \frac{x+1}{2023} + 1$ $\hat{U} \frac{x+2024}{2020} + \frac{x+2024}{2021} = \frac{x+2024}{2022} + \frac{x+2024}{2023} = 0$ $\hat{U} (x+2024) \left(\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \right) = 0$ $\hat{U} x + 2024 = 0 \quad \text{vì} \quad \left(\frac{1}{2020} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \right) \neq 0$ $\hat{U} x = -2024$	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
b	<p>Vì $2x - \frac{1}{6} \geq 0$; $\sqrt{3y+12} \geq 0$; do đó:</p> $2x - \frac{1}{6} + \sqrt{3y+12} \geq 0$ <p>Theo đề bài thì</p> $2x - \frac{1}{6} + \sqrt{3y+12} = 0$ <p>Từ đó suy ra: $2x - \frac{1}{6} = 0$ và $\sqrt{3y+12} = 0$</p> <p>Khi đó $2x - \frac{1}{6} = 0$ và $\sqrt{3y+12} = 0$</p> <p>Suy ra $x = \frac{1}{12}$ và $y = -4$</p> <p>Vậy $x = \frac{1}{12}$ và $y = -4$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p>
c	$P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$ <p>Đề P là số nguyên thì $(\sqrt{x}-3)$ là ước của 4, tức là</p> $(\sqrt{x}-3) \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ <p>Vậy giá trị x cần tìm là 1; 4; 16; 25; 49</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p>
Câu 3 (4,0 điểm)		
a	<p>36 tháng = 3 năm</p> <p>Năm đầu, ông lãi được số tiền là</p> $100\,000\,000 \cdot 8\% = 8\,000\,000 \text{ (đồng)}$ <p>Năm thứ 2, ông lãi được số tiền là</p> $(100\,000\,000 + 8\,000\,000) \cdot 8\% = 8\,640\,000 \text{ (đồng)}$ <p>Năm thứ 3, ông lãi được số tiền là</p> $(100\,000\,000 + 8\,000\,000 + 8\,640\,000) \cdot 8\% = 9\,331\,200 \text{ (đồng)}$ <p>Sau 36 tháng, ông Ba rút ra cả vốn cả lãi là</p> $100\,000\,000 + 8\,000\,000 + 8\,640\,000 + 9\,331\,200 = 125\,971\,200 \text{ (đồng)}$	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

c	<p>c/m $DEAB$ cân tại E.</p> <p>$\angle ABE = \angle ABM + \angle MBK = \angle MAB + \frac{1}{2}\angle MBC = 30^\circ + \frac{1}{2}60^\circ = 60^\circ$ nên và $DEAB$ đều</p> <p>Do đó chân đường vuông góc K của A xuống BE cũng là trung điểm của cạnh BE hay $BK = KE$.</p> <p>Trong tam giác CME, điểm D thuộc trung tuyến EK</p> <p>$ED = \frac{1}{3}EB = \frac{1}{3}EK = \frac{2}{3}EK$ và</p> <p>Do đó D là trọng tâm của tam giác ECM.</p> <p>Do CI là đường trung tuyến của tam giác ECM nên CI đi qua D.</p> <p>Do đó C, D, I thẳng hàng.</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
Câu 5 (2,0 điểm)		
	<p>Ta có $7x - 5y \geq 0$, $2z - 3x \geq 0$ và $xy + yz + zx - 2000 \geq 0$</p> <p>Nên $M = 7x - 5y + 2z - 3x + xy + yz + zx - 2000 \geq 0$</p> <p>Mà $M = 0$ khi và chỉ khi</p> <p>$7x - 5y + 2z - 3x + xy + yz + zx - 2000 = 0$</p> <p> $\begin{cases} 7x - 5y = 0 \hat{=} 7x = 5y \hat{=} \frac{x}{5} = \frac{y}{7} \\ 2z - 3x = 0 \hat{=} 2z = 3x \hat{=} \frac{z}{3} = \frac{x}{2} \\ xy + yz + zx - 2000 = 0 \hat{=} xy + yz + zx = 2000 \end{cases}$ </p> <p> $\begin{cases} x = 20, y = 28, z = 30 \\ x = -20, y = -28, z = -30 \end{cases}$ </p> <p>Từ đó tìm được</p> <p>Vậy GTNN của $M = 0 \hat{=} (x, y, z) = (20, 28, 30)$ hoặc $(x, y, z) = (-20, -28, -30)$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>

Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa cho câu đó.

---Hết---