

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là
A. 11. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $2\cos x - 1 = 0$ là
A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **B.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 3: Hàm số $F(x) = 5^x + 2025$ là nguyên hàm của hàm số
A. $f(x) = 5^x \ln 5 + 2025x$ **B.** $f(x) = 5^x \ln 5$
C. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x$ **D.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x + C$

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là
A. $y = x + 3$ **B.** $y = x + 1$ **C.** $y = x - 1$ **D.** $y = -x + 1$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$ **B.** $(-3; +\infty)$ **C.** $(-\infty; -2)$ **D.** $(-3; 1)$

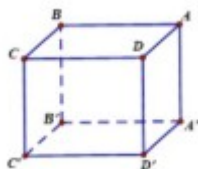
Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

A. $x = \frac{3}{2}$ **B.** $x = 8$ **C.** $x = 6$ **D.** $x = 5$

Câu 7: Cho cấp số nhân có (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Công bội q của cấp số nhân là

A. $q = 10$ **B.** $q = \frac{-1}{4}$ **C.** $q = -4$ **D.** $q = -10$

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC'}$ bằng:

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu (S) ?

- A. $I(1;1;-2)$. B. $I(1;0;-2)$. C. $I(-1;1;2)$. D. $I(-1;0;2)$.

Câu 10: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 9. B. $\frac{15}{4}$. C. 7. D. $\frac{23}{4}$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị α ?

- A. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$. B. $\sin 2\alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.
C. $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$. D. $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Câu 12: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,5;3,0)	[3,0;3,5)	[3,5;4,0)	[4,0;4,5)	[4,5;5,0)
Số ngày	3	6	5	4	2
	3	9	14	18	20

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 0,9. B. 0,96. C. 0,97. D. 0,8.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm. Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ t ($t \geq 0$)

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$$

- a)
b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.
c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40cm.
d) Chiều cao tối đa của cây cà chua không vượt quá 90 cm.

Câu 2: Cho hai hàm số $f(x) = \log_2(x+2)$ và $g(x) = \log_4(5x+6)$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $(-2; +\infty)$.
b) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
c) Phương trình $f(x) = 5$ có nghiệm $x = 30$
d) Phương trình $f(x) = g(x)$ có một nghiệm duy nhất.

Câu 3: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

- a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.

- b) Tỷ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5% .
 c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5% .
 d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8% .

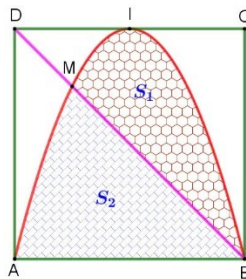
Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}$.

- a) Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2; 4; 4)$.
 b) Đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1)$.
 c) Đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.
 d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là $3\sqrt{2}$.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

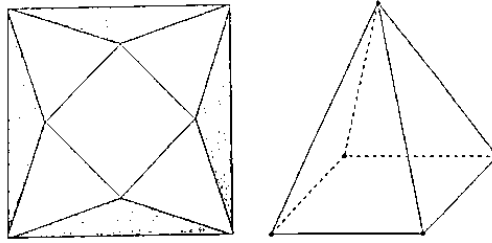
Câu 1: Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10cm, AD = 20cm, AA' = 30cm$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ?
 (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 2: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $4m$ và I là trung điểm của đoạn thẳng CD . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M (tham khảo hình vẽ).



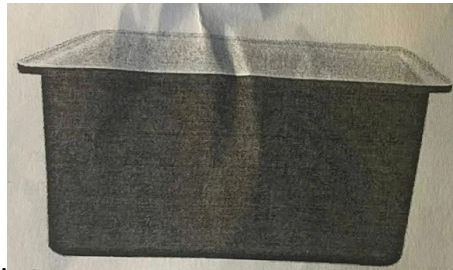
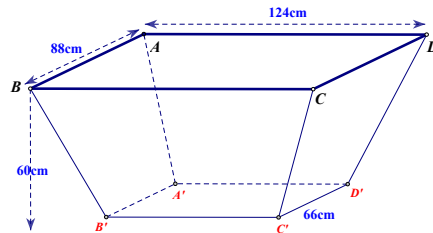
Chi phí sơn phần tô hình tổ ong (có diện tích S_1) là 200000 đồng/m², chi phí sơn phần tô đậm (có diện tích S_2) là 150000 đồng/m² và phần còn lại là 120000 đồng/m². Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 3: Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh $2m$, người ta cắt bỏ đi bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông rồi ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ). Giả sử các mối hàn ghép là không đáng kể thì khối chóp được tạo thành có thể tích lớn nhất là bao nhiêu m³.
 (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 4: Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi.

Câu 5: Anh A bơm nước vào một chiếc thùng nhựa đựng nước có dạng hình chóp cụt với hai đáy là hai hình chữ nhật, các cạnh bên bằng nhau và có kích thước như hình bên dưới, với tốc độ bơm nước vào thùng là 20 lít/phút. Vận tốc nước dâng lên ở cạnh bên của thùng nhựa (đơn vị cm/phút) khi chiều cao mực nước là 25 cm bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + z - 25 = 0$. Một đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm M , cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

❗ HẾT ❗

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

1.D	2.A	3.B	4.B	5.A	6.B	7.C	8.C	9.B	10.A
11.C	12.B								

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu	1	2	3	4
	SĐDD	ĐSDS	ĐSDS	SĐĐS

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	73,4	2465	0,27	0,7	2,64	2,71

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là
A. 11. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $d = u_2 - u_1 = 3 - 1 = 2$

Vậy $u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4.2 = 9$

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $2\cos x - 1 = 0$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 3: Hàm số $F(x) = 5^x + 2025$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 5^x \ln 5 + 2025x$

B. $f(x) = 5^x \ln 5$

C. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x$

D. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x + C$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $F(x) = 5^x + 2025$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $f(x) = F'(x) = 5^x \ln 5$

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là

A. $y = x + 3$

B. $y = x + 1$

C. $y = x - 1$

D. $y = -x + 1$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1} = x + 1 - \frac{4}{x + 1}$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4}{x + 1} = 0$ nên đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$

B. $(-3; +\infty)$

C. $(-\infty; -2)$

D. $(-3; 1)$

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = 8$ ✓

C. $x = 6$.

D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x = 2^3 = 8$. Suy ra $x = 8$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Công bội q của cấp số nhân là

A. $q = 10$.

B. $q = \frac{-1}{4}$.

C. $q = -4$ ✓

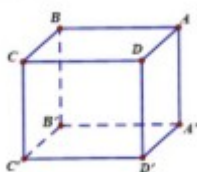
D. $q = -10$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-8}{2} = -4$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC'}$ bằng:

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° ✓

D. 120° .

Lời giải

Chọn C.

Do $AB \parallel DC$

Vậy, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC'}) = (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DC'}) = \angle CDC' = 45^\circ$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu (S) ?

A. $I(1; 1; -2)$.

B. $I(1; 0; -2)$ ✓

C. $I(-1; 1; 2)$.

D. $I(-1; 0; 2)$.

Lời giải:

Chọn B.

Mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

Suy ra $I(1; 0; -2)$.

Câu 10: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

A. 9 ✓

B. $\frac{15}{4}$.

C. 7.

D. $\frac{23}{4}$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có: $\int_1^2 [2 + f(x)] dx = \int_1^2 2 dx + \int_1^2 f(x) dx = (2x + x^3) \Big|_1^2 = 12 - 3 = 9$

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị α ?

A. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$

B. $\sin 2\alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

C. $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

D. $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$

Lời giải:

Chọn C.

Ta có: $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

Câu 12: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,5;3,0)	[3,0;3,5)	[3,5;4,0)	[4,0;4,5)	[4,5;5,0)
Số ngày	3	6	5	4	2
	3	9	14	18	20

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 0,9.

B. 0,96.

C. 0,97.

D. 0,8.

Lời giải:

Chọn B.

Số phân tử của mẫu là: $n = 20$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$ mà $3 < 5 < 9$ nên nhóm 2 là nhóm có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4}$.

Xét nhóm 2: $[3,0;3,5)$ có $s = 3; cf_1 = 3; h = 0,5; n_2 = 6$

$$Q_1 = s + \left(\frac{\frac{n}{4} - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 3 + \left(\frac{5 - 3}{6} \right) \cdot 0,5 = \frac{19}{6}$$

Suy ra

Ta có: $\frac{3n}{4} = 15$ mà $14 < 15 < 18$ nên nhóm 4 là nhóm có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4}$.

Xét nhóm 4: $[4,0;4,5)$ có $t = 4; n_4 = 4; l = 0,5; cf_3 = 14$

$$Q_3 = t + \left(\frac{\frac{3n}{4} - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 4 + \left(\frac{15 - 14}{4} \right) \cdot 0,5 = \frac{33}{8}$$

Suy ra

Vậy khoảng tứ phân vị là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 0,96$

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm. Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ t ($t \geq 0$)

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$$

a)

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40cm.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua không vượt quá 90 cm.

Lời giải

a) Sai.

$$v(t) = -0,1t^3 + t^2 \Rightarrow h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + C; h(0) = 5 \Rightarrow C = 5$$

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + 5$$

Vậy

b) Đúng.

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + 5 \Rightarrow h'(t) = -0,1t^3 + t^2$$

$$h'(t) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 10$$

Do đó giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Đúng.

$$h(6) = -\frac{1}{40}6^4 + \frac{1}{3}6^3 + 5 = 44,6 \text{ cm}$$

d) Đúng.

$$h'(t) = -0,1t^3 + t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0		10		$+\infty$
$h'(t)$	0	+	0	-	
$h(t)$			$\frac{265}{3}$		

$$\frac{265}{3} \approx 88,3 < 90$$

Từ bảng biến thiên suy ra chiều cao tối đa của cây cà chua là

Câu 2: Cho hai hàm số $f(x) = \log_2(x+2)$ và $g(x) = \log_4(5x+6)$.

a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $(-2; +\infty)$.

b) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Phương trình $f(x) = 5$ có nghiệm $x = 30$

d) Phương trình $f(x) = g(x)$ có một nghiệm duy nhất.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_2(x+2)$ là $x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$

Tập xác định của hàm số $g(x) = \log_4(5x+6)$ là $5x+6 > 0 \Rightarrow x > -\frac{6}{5}$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\left(-\frac{6}{5}; +\infty\right)$

Ta có $\log_2(x+2) = 5 \Rightarrow x+2 = 2^5 \Rightarrow x = 30$

Ta có $f(x) = g(x) \Rightarrow \log_2(x+2) = \log_4(5x+6) \Rightarrow (x+2)^2 = (5x+6) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Ta nhận $x = 2$ là nghiệm phương trình vì thỏa $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 5x+6 > 0 \end{cases}$

Chọn đáp án

a)	b)	c)	d)
Đúng	Sai	Đúng	Đúng

Câu 3: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.

b) Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5%.

c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5%.

d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8%.

Lời giải

a) Đúng. b) Sai. c) Đúng. d) Sai.

a) Đúng.

Gọi A là biến cố “Nhân viên được chọn là nữ”.

B là biến cố “Nhân viên được chọn có bằng đại học”.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = 45\% = 0,45$.

Khi đó, tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là $100\% - 45\% = 55\%$ hay $P(\bar{A}) = 0,55$.

b) Sai.

Vì trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học nên $P(B|A) = 30\% = 0,3$.

Tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%, tức là $P(B|\bar{A}) = 25\% = 0,25$.

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow P(AB) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,135 = 13,5\%$$

Mặt khác

Mà AB là biến cố “Nhân viên nữ có bằng đại học” nên Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là $45\% - 13,5\% = 31,5\%$.

c) Đúng.

Ta có

❖ Xác suất chọn được người thứ nhất là nữ và người thứ hai là nam là

$$0,45 \cdot 0,55 = 0,2475$$

❖ Xác suất chọn được người thứ nhất là nam và người thứ hai là nữ là

$$0,55 \cdot 0,45 = 0,2475$$

❖ Xác suất để chọn được hai người khác giới là $0,2475 + 0,2475 = 0,495$.

Hay tỉ lệ để chọn được hai người khác giới là $49,5\% > 24,5\%$.

d) Sai.

Để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học, ta xét các trường hợp sau:

❖ Trường hợp 1: Người thứ nhất có bằng đại học, người thứ hai không có bằng đại học.

o Xác suất người thứ nhất có bằng đại học là $0,135$ (nữ) + $0,1375$ (nam) = $0,2725$.

o Xác suất người thứ hai không có bằng đại học là

$$0,315 \text{ (nữ)} + (0,55 - 0,1375) \text{ (nam)} = 0,7275$$

o Xác suất cho trường hợp này là $0,2725 \times 0,7275 \approx 0,1982$.

❖ Trường hợp 2: Người thứ nhất không có bằng đại học, người thứ hai có bằng đại học.

o Xác suất người thứ nhất không có bằng đại học là $0,7275$.

o Xác suất người thứ hai có bằng đại học là $0,2725$.

o Xác suất cho trường hợp này là $0,7275 \times 0,2725 \approx 0,1982$.

• Xác suất để trong hai người được chọn có đúng một người có bằng đại học là

$$0,1982 + 0,1982 = 0,3964$$

Hay tỉ lệ hai người được có đúng một người có bằng đại học là $39,64\% > 19,8\%$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}$.

a) Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2; 4; 4)$.

b) Đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1)$.

c) Đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là $3\sqrt{2}$.

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; -2)$ và đi qua $M(1; 3; 2)$

$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$ và đi qua $N(1; 0; -1)$

a) Vì $\frac{2-1}{1} = \frac{4-3}{1} \neq \frac{4-2}{-2}$ nên đường thẳng d_1 không đi qua điểm $A(2; 4; 4)$.

Vậy câu a) chọn **sai**.

b) Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 và $\vec{v}$ là vectơ chỉ phương của Δ .

Khi đó ta có $\begin{cases} \vec{v} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{v} \perp \vec{u}_2 \end{cases}$. Chọn $\vec{v} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -3; -3)$ hay $\vec{u} = (1; 1; 1)$

Vậy câu b) chọn **đúng**.

c) Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -3; -3)$; $\overrightarrow{MN} = (0; -3; -3)$

Suy ra $\overrightarrow{MN} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0 \cdot (-3) + (-3) \cdot (-3) + (-3) \cdot (-3) = 18 \neq 0$

Vậy đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.

Vậy câu c) chọn **đúng**.

d) Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d_1 và song song với d_2 .

Suy ra (P) đi qua $M(1; 3; 2)$ và có VTPT $\vec{v} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -3; -3)$.

PT mặt phẳng $(P): 1 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-3) + 1 \cdot (z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0$.

Khi đó $d(d_1, d_2) = d(d_2, (P)) = d(N, (P)) = \frac{|1 + 0 + (-1) - 6|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{3}$

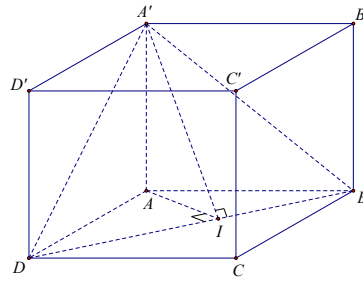
Vậy câu d) chọn **sai**.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10\text{cm}$, $AD = 20\text{cm}$, $AA' = 30\text{cm}$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ?
(Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: 73,4



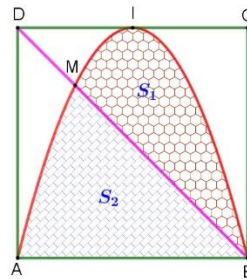
Dựng $AI \perp BD = I$. Khi đó: $\begin{cases} BD \perp AI \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AIA') \Rightarrow BD \perp A'I$.

Vậy $[A', BD, A] = (AI, A'I) = \angle AIA'$.

Xét tam giác $AA'I$ vuông tại A có $AA' = 30$, $AI = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = 4\sqrt{5}$.

Khi đó $\tan \angle AIA' = \frac{AA'}{AI} = \frac{30}{4\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \angle AIA' \approx 73,4^\circ$.

Câu 2: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 4m và I là trung điểm của đoạn thẳng CD . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M (tham khảo hình vẽ).

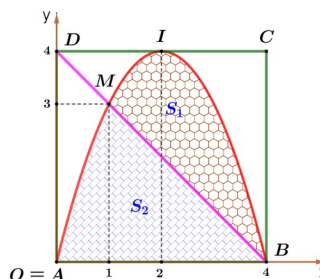


Chi phí sơn phần tô hình tổ ong (có diện tích S_1) là $200\,000$ đồng/ m^2 , chi phí sơn phần tô đậm (có diện tích S_2) là $150\,000$ đồng/ m^2 và phần còn lại là $120\,000$ đồng/ m^2 . Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp số: 2465 (nghìn đồng)

• Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



- Khi đó $BD: y = -x + 4$ và Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ qua ba điểm $A \equiv O(0;0), B(4;0), I(2;4)$ nên có dạng: $y = -x^2 + 4x$.

- $M(1;3)$ là giao điểm của BD và (P) .

• Suy ra: $S_1 = \int_1^4 \left| (-x^2 + 4x) - (-x + 4) \right| dx = \frac{9}{2} \text{ (m}^2\text{)}$ và $S_2 = \int_0^4 \left| -x^2 + 4x \right| dx - \frac{9}{2} = \frac{37}{6} \text{ (m}^2\text{)}$

$$S_3 = 4^2 - \int_0^4 \left| -x^2 + 4x \right| dx = \frac{16}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

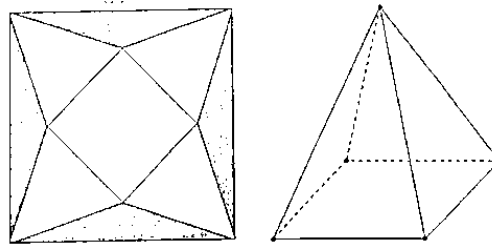
Diện tích còn phần còn lại là

- Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là:

$$200\,000 \cdot S_1 + 150\,000 \cdot S_2 + 120\,000 \cdot S_3 = 200\,000 \cdot \frac{9}{2} + 150\,000 \cdot \frac{37}{6} + 120\,000 \cdot \frac{16}{3} = 2\,465\,000$$

đồng.

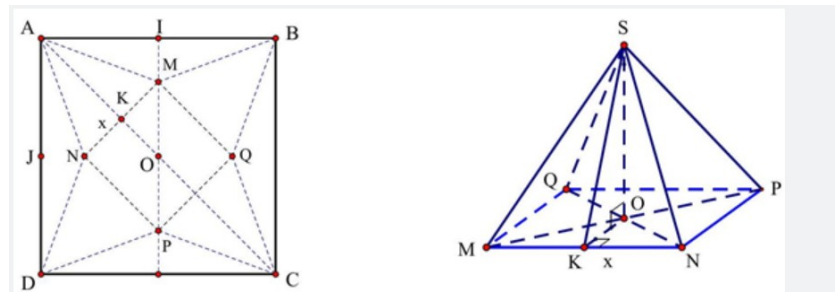
- Câu 3:** Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh $2m$, người ta cắt bỏ đi bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông rồi ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ). Giả sử các mối hàn ghép là không đáng kể thì khối chóp được tạo thành có thể tích lớn nhất là bao nhiêu m^3 .
(Kết quả làm tròn đến đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp số: 0,27

Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp là $x(m)$.



Do $MN < IJ = \sqrt{2} \Rightarrow x \in (0; \sqrt{2})$.

Ta có: $OK = \frac{x}{2}; OA = \frac{AC}{2} = \sqrt{2} \Rightarrow SK = AK = \sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

$$SO = \sqrt{SK^2 - OK^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}x}$$

Do vậy:

$$V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}$$

Khi đó thể tích khối chóp là:

Xét $f(x) = \frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}$, ta có

$$f'(x) = \frac{1}{3} \left(2x\sqrt{2 - \sqrt{2}x} - x^2 \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{4x(2 - \sqrt{2}x) - \sqrt{2}x^2}{2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}} \right) = \frac{8x - 5\sqrt{2}x^2}{3(2\sqrt{2 - \sqrt{2}x})}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - 5\sqrt{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4\sqrt{2}}{5} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{4\sqrt{2}}{5}$	$\sqrt{2}$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$			

Ta thấy thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình là $x = \frac{4\sqrt{2}}{5}$.

$$V_{\max} = f\left(\frac{4\sqrt{2}}{5}\right) = \frac{32\sqrt{10}}{375} \approx 0,27.$$

Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp là

Câu 4: Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài: Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi.

Lời giải

Đáp án: 0,7

Gọi A là biến cố: “Người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ”.

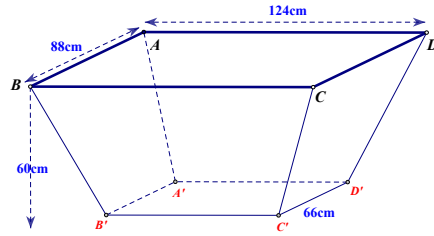
B là biến cố: “Người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian”.

Ta có: $P(A) = \frac{17}{20}$; $P(B) = \frac{15}{20}$; $P(\overline{AB}) = \frac{2}{20}$.

Do đó: $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{AB}) = 1 - \frac{2}{20} = \frac{18}{20}$.

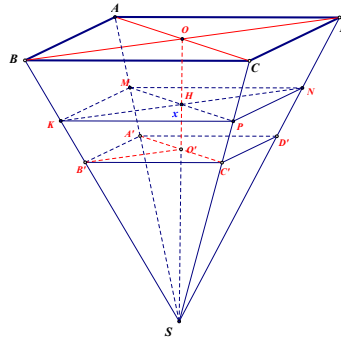
$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{17}{20} + \frac{15}{20} - \frac{18}{20} = \frac{14}{20} = 0,7.$$

Câu 5: Anh A bơm nước vào một chiếc thùng nhựa đựng nước có dạng hình chóp cụt với hai đáy là hai hình chữ nhật, các cạnh bên bằng nhau và có kích thước như hình bên dưới, với tốc độ bơm nước vào thùng là 20 lít/phút. Vận tốc nước dâng lên ở cạnh bên của thùng nhựa (đơn vị cm/phút) khi chiều cao mực nước là 25 cm bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp án: 2,64



Kéo dài các cạnh $A'A, B'B, C'C, D'D$ cắt nhau tại S ta có hình chóp $S.ABCD$ có SO là đường cao; $SO' \perp (A'B'C'D')$; $O'O = 60$.

Đặt $V_1 = V_{S.ABCD}$; $V_2 = V_{S.A'B'C'D'}$ $\Rightarrow V = V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_1 - V_2$.

Ta có
$$\frac{C'D'}{CD} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SO'}{SO} = \frac{SO'}{SO' + 60} \Rightarrow \frac{SO'}{SO' + 60} = \frac{66}{88} \Rightarrow SO' = 180$$

Suy ra
$$\frac{A'D'}{AD} = \frac{66}{88} \Rightarrow A'D' = 93$$
. Ta có $A'C' = B'D' = 51\sqrt{5}$.

Đặt chiều cao mực nước $O'H = x = 25$ cm.

$$+ \frac{SO'}{SH} = \frac{SB'}{SK} = \frac{B'C'}{KP} = \frac{C'D'}{PN} \Leftrightarrow \frac{180}{180+x} = \frac{\sqrt{180^2 + \left(\frac{51\sqrt{5}}{2}\right)^2}}{SK} = \frac{93}{KP} = \frac{66}{PN}$$

Suy ra
$$KP = 93 + \frac{31}{60}x \quad ; \quad PN = 66 + \frac{11}{30}x$$

Ta sẽ tính thể tích nước trong thùng theo x :

$$V_{A'B'C'D',MNPQ} = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \left(93 + \frac{31}{60}x \right) \left(66 + \frac{11}{30}x \right) dx = \int_0^h \left(6138 + \frac{341}{5}x + \frac{341}{1800}x^2 \right) dx$$

$$V_{A'B'C'D',MNPQ} = 6138h + \frac{341}{10}h^2 + \frac{341}{1800} \cdot \frac{h^3}{3}$$

Mà $KB' = s = \frac{\sqrt{15845}}{120}h = C \cdot h \Rightarrow h = \frac{s}{C}$

Suy ra $V_{A'B'C'D',MNPQ} = 6138 \cdot \frac{s}{C} + \frac{341}{10} \cdot \frac{s^2}{C^2} + \frac{341}{1800} \cdot \frac{s^3}{3C^3}$

Tại thời điểm t phút lượng nước trong thùng là $V(t) = 20000t \text{ (cm}^3\text{)}$.

Suy ra $20000t = 6138 \cdot \frac{s}{C} + \frac{341}{10} \cdot \frac{s^2}{C^2} + \frac{341}{1800} \cdot \frac{s^3}{3C^3}$, đạo hàm hai vế theo biến t .

$$\Rightarrow 20000 = \left[\frac{6138}{C} + \frac{341}{5} \cdot \frac{s}{C^2} + \frac{341}{1800} \cdot \frac{s^2}{C^3} \right] \cdot \frac{ds}{dt} \Leftrightarrow 20000 = \frac{1}{C} \left[6138 + \frac{341}{5}h + \frac{341}{1800}h^2 \right] \frac{ds}{dt}$$

$$\Rightarrow 20000 = \left[\frac{6138}{C} + \frac{341}{5} \cdot \frac{s}{C^2} + \frac{341}{1800} \cdot \frac{s^2}{C^3} \right] \cdot \frac{ds}{dt} \Leftrightarrow 20000 = \frac{1}{C} \left[6138 + \frac{341}{5}h + \frac{341}{1800}h^2 \right] \frac{ds}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{ds}{dt} = \frac{20000 \cdot C}{S(h)}, \text{ thay } h = 25, C = \frac{\sqrt{15845}}{120}$$

Vậy vận tốc cần tìm là $v(25) = \frac{ds}{dt} = 2,6351 \text{ cm/phút} \approx 2,64 \text{ cm/phút}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + z - 25 = 0$. Một đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm M , cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,71

Vì $M \in Oz$, $N \in d$ nên $M(0;0;m)$, $N(n+1;2n;n-2)$.

Suy ra $\overline{MN} = (n+1; 2n; n-m-2)$.

Đường thẳng $d' \perp (P)$ suy ra $\overline{MN} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 3(n+1) - 2n + n - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2n+1$.

$$MN^2 = (n+1)^2 + 4n^2 + (n+3)^2 = 6\left(n + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{22}{3}$$

Do đó

Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng 2,71.

