

BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để cặp số $(0;1)$ là nghiệm của bất phương trình $-2x + my < 3$?

Lời giải

Đáp án: 2.

Ta có cặp số $(0;1)$ là nghiệm của bất phương trình nên $m < 3$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$. Suy ra có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (0; 8]$ để bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất hai ẩn $(m-1)x - 2(m-1)y \leq 0$?

Lời giải

Đáp án: 7

Bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất hai ẩn thì $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Đối chiếu điều kiện $m \in (0; 8]$ suy ra $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Suy ra có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 3: Bất phương trình $x + 2y \geq 2$ có bao nhiêu nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x, y \in \mathbb{N}; x \leq 3; y \leq 2$?

Lời giải

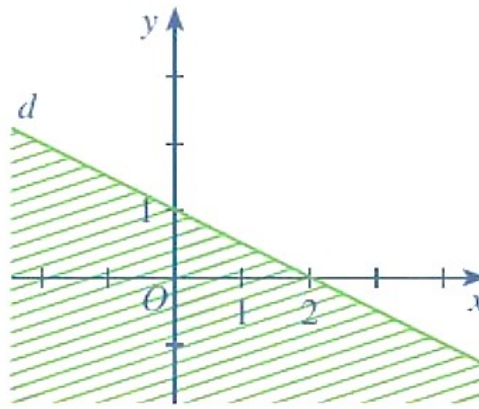
Đáp án: 6

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): x + 2y = 2$

Ta thấy $(0; 0)$ là không nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Vẽ các đường thẳng $x = 3; y = 2$.

Suy ra bất phương trình có 6 nghiệm.



Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(m^2 + m)x^2 - x + y - 1 \leq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

Trả lời: 2.

Lời giải

Bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi và chỉ khi

$m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$. Vậy, có 2 giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-5; 5]$ sao cho $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $mx - (m + 1)y + 1 \geq 0$.

Lời giải

Trả lời: 7

Ta có $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $mx - (m + 1)y + 1 \geq 0$ nên

$$m \cdot 1 - (m + 1)(-1) + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2m + 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1.$$

Khi đó $m \in \{-1; 0; \dots; 5\}$.

Câu 6: Cho các hệ bất phương trình hai ẩn sau:

$$1) \begin{cases} 2x - 5y < 5 \\ y \leq 1 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} x \geq 3 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} > 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y \leq 2x \\ x > 3y - 1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 - 5y < 1 \\ x - y + 1 > 0 \end{cases}$$

Số các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là:

Lời giải

Đó là các HBPT: 1), 2), 3). **Đáp án: 3**

Câu 7: Tính tổng các giá trị của tham số m để hệ $\begin{cases} x + (m^2 - 1)y^2 \geq 1 \\ 2y + (1 - m)y^3 - 2 < 0 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải

Trả lời: 1

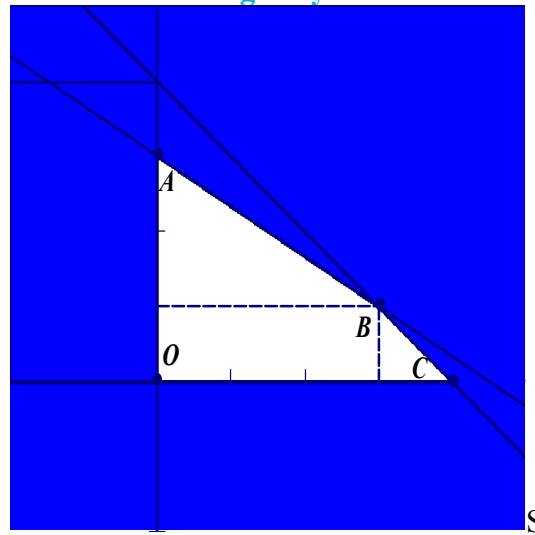
Theo định nghĩa hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn suy ra $\begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ 1 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , điểm $M(x; y)$ thuộc miền trong tứ giác $OABC$. Biết phương trình các đường thẳng $(AB): 2x + 3y = 18$ và $(BC): x + y = 8$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x, y) = 3x + 4y$.

Trả lời: 26

Lời giải

Miền nghiệm là miền tứ giác $OABC$ với $O(0; 0), A(0; 6), B(6; 2)$ và $C(8; 0)$.



Bài toán trở về bài toán tìm x, y thỏa mãn sao cho $F(x, y)$ lớn nhất và xảy ra tại một trong các điểm O, A, B, C

Ta thấy $F(0; 0) = 0$, $F(0; 6) = 24$, $F(6; 2) = 26$ và $F(8; 0) = 24$

Tại điểm B thì $F(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất. $F = 3.6 + 4.2 = 26$.

Câu 9: Hình dưới đây biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình

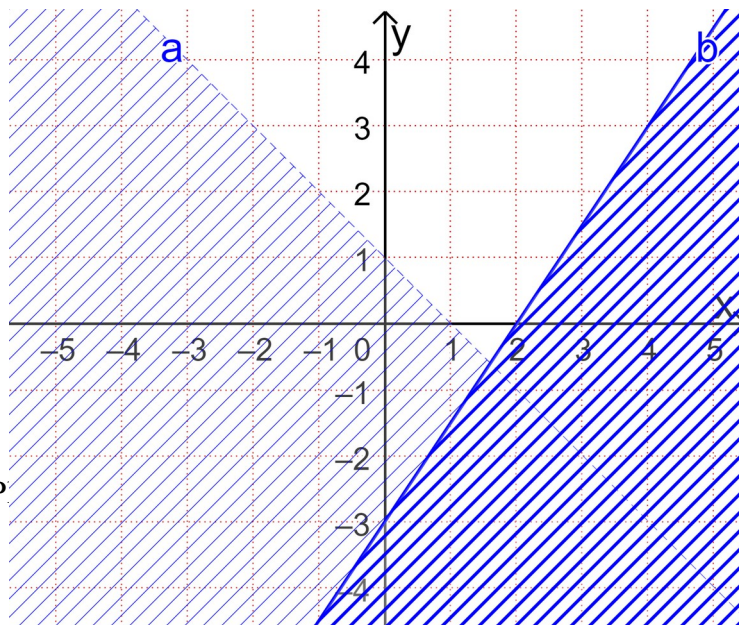
$$\begin{cases} x + y > 1 \\ 3x - 2y < 6 \end{cases}$$

Miền nghiệm
cặp số

Đáp số: 3

Lời giải

Có 3 điểm



chứa bao nhiêu điểm có tọa độ là nguyên và có tung độ nhỏ hơn 2?

thỏa yêu cầu bài toán là $(1; 1), (2; 1), (2; 0)$

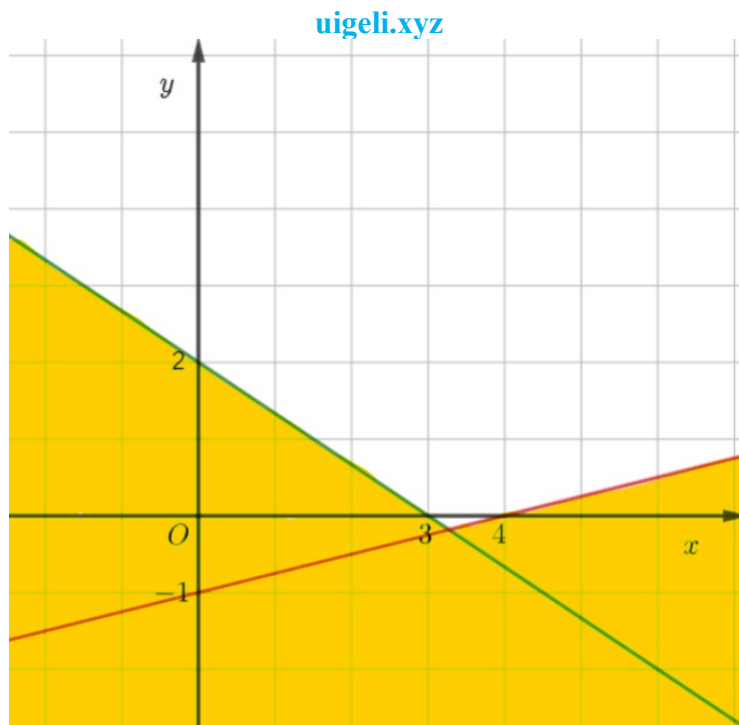
Câu 10: P.

tô

$\begin{cases} 2x + 3y > 6 \\ ax + by > 4 \end{cases}$ Tính giá trị biểu

thức $30a + 7b$.

Đáp số: 2



Lời giải

Từ hình vẽ, ta có đường thẳng d_1 đi qua hai điểm $A(0; 2); B(3; 0)$

Từ hình vẽ, ta có đường thẳng d_2 đi qua hai điểm $C(0; -1); D(4; 0)$. Phương trình đường thẳng d_2 là:

$$\frac{x-0}{4-0} = \frac{y+1}{0+1} \Leftrightarrow x-4y-4=0$$

. Miền không gạch bờ d_2 là miền bất phương trình $x-4y > 4$.

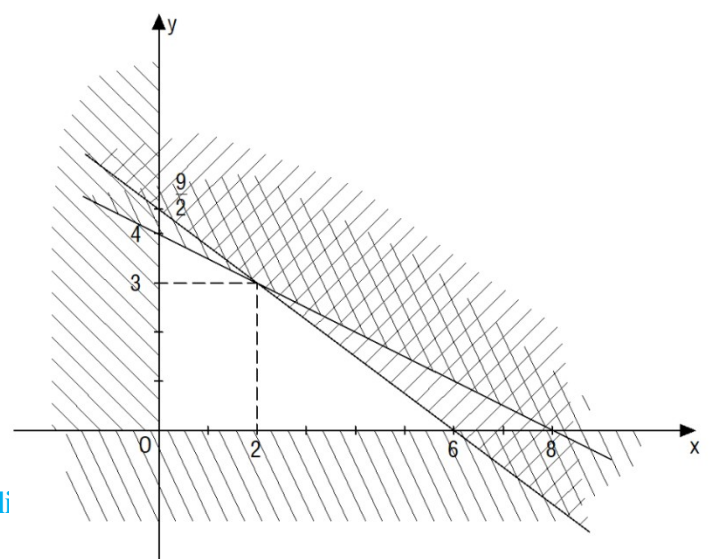
Vậy $a=1; b=-4$, nên $30a+7b=2$.

Câu 11: Một xưởng sản xuất đồ gỗ mỹ nghệ sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Mỗi bộ sản phẩm loại I lãi 4 triệu đồng, mỗi bộ sản phẩm loại II lãi 5 triệu đồng. Để sản xuất mỗi bộ sản phẩm loại I cần máy làm việc trong 3 giờ và nhân công làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất mỗi bộ sản phẩm loại II cần máy làm việc trong 4 giờ và nhân công làm việc trong 2 giờ. Biết rằng chỉ dùng máy hoặc chỉ dùng nhân công không thể đồng thời làm hai loại sản phẩm cùng lúc, số nhân công luôn ổn định. Một ngày máy làm việc không quá 18 giờ, nhân công làm việc không quá 8 giờ. Hỏi một ngày tiền lãi lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Đáp số: 24

Lời giải

Gọi số bộ sản phẩm loại I sản xuất trong một ngày là: $x (x \geq 0)$



Số bộ sản phẩm loại II sản xuất trong một ngày là: $y (y \geq 0)$

Số tiền lãi thu được là: $L = 4x + 5y$

Số giờ làm việc của máy là: $3x + 4y$

Số giờ làm việc của nhân công là: $x + 2y$

Theo giả thiết: Một ngày máy làm việc không quá 18 giờ, nhân công làm việc không quá 8 giờ nên ta có hệ BPT:

$$\begin{cases} 3x + 4y \leq 18 \\ x + 2y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ BPT :

Xét các giá trị tại

$$(0; 0) \Rightarrow L = 0$$

$$(6; 0) \Rightarrow L = 24$$

$$(0; 4) \Rightarrow L = 20$$

$$(2; 3) \Rightarrow L = 23$$

Suy ra $L_{\max} = 24$

Vậy một ngày tiền lãi lớn nhất là 24 triệu đồng

Câu 12: Một hộ nông dân dự định trồng nha đam và măng tây trên diện tích 10 ha. Nếu trồng nha đam thì cần 10 công và thu được 4 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Nếu trồng măng tây thì cần 30 công và thu được 6 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Hỏi số tiền người nông dân thu được nhiều nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết rằng tổng số công không vượt quá 150 công.

Đáp số : 45

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là diện tích trồng nha đam và măng tây ($x \geq 0, y \geq 0$).

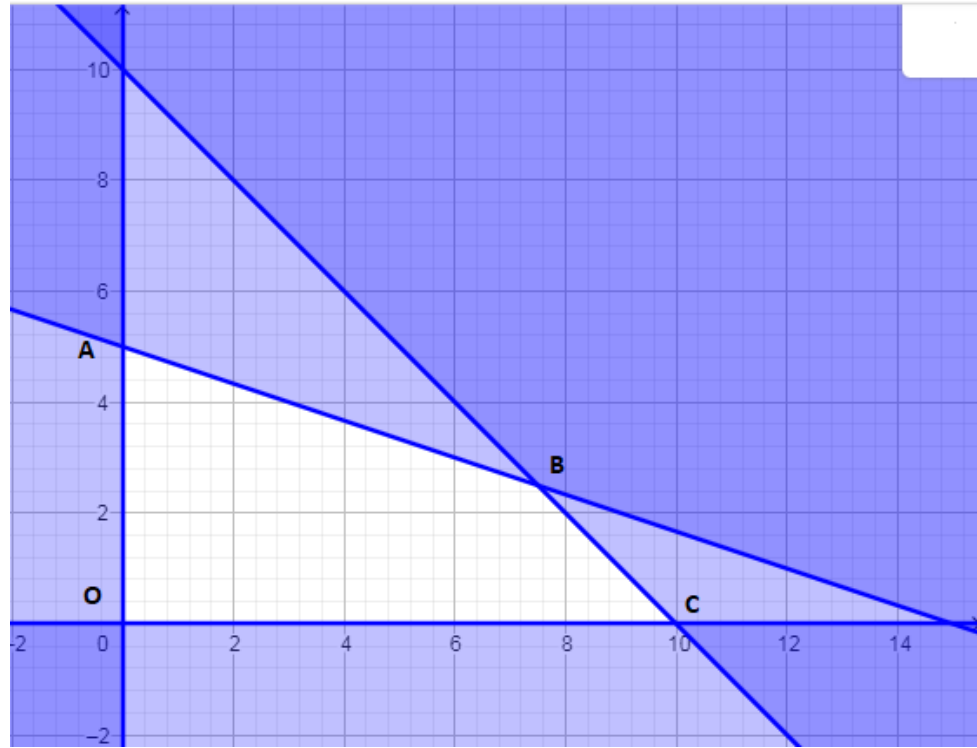
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ 10x + 30y \leq 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ x + 3y \leq 15 \end{cases}$$

Theo bài ta có hệ phương trình sau:

Số tiền người nông dân thu được là: $F(x, y) = 4x + 6y$.

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm $F(x, y) = 4x + 6y$ với x, y thỏa mãn các điều kiện trong đề bài.

Bước 1. Biểu diễn miền nghiệm và xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.



Miền nghiệm là tứ giác $OABC$ với tọa độ các đỉnh $O(0;0)$, $A(0;5)$, $B(7,5;2,5)$, $C(10,0)$

Bước 2. Tính giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của ngũ giác này:

$$F(0,0) = 0, \quad F(0;5) = 30, \quad F(7,5;2,5) = 30 + 15 = 45, \quad F(10;0) = 40.$$

Bước 3. So sánh các giá trị thu được của F ở Bước 2, ta được giá trị lớn nhất cần tìm là:

$$F(7,5;2,5) = 30 + 15 = 45.$$

Vậy số tiền bác nông dân thu được nhiều nhất là 45 triệu.

Câu 13: Có bao nhiêu hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong các hệ bất phương trình sau?

I.
$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + 2y \leq 3. \end{cases}$$

II.
$$\begin{cases} x \leq 3 \\ x + y > 4. \end{cases}$$

III.
$$\begin{cases} x > 2 \\ y \leq 0. \end{cases}$$

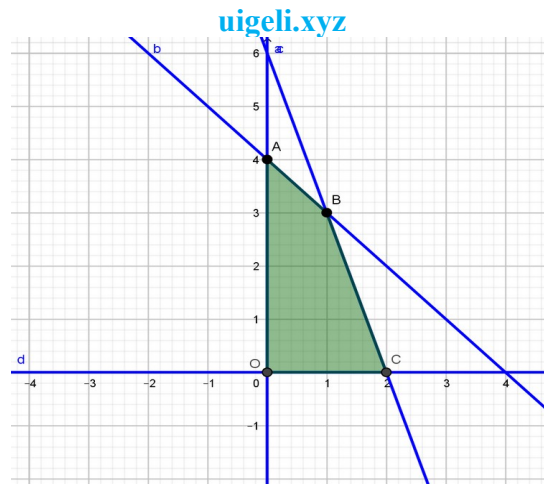
IV.
$$\begin{cases} xy + 1 \geq 0 \\ x - 3y < 1. \end{cases}$$

Lời giải

Đáp án: 3

Hệ IV không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 14: Phân tô màu biểu diễn miền nghiệm của một hệ bất phương trình. Tính diện tích của miền nghiệm đó.



Lời giải

Đáp án: 5

Miền nghiệm của bất phương trình là tứ giác $OABC$. Gọi điểm D , khi đó

$$S_{OABC} = S_{OAD} - S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 5$$

Câu 15: Cho hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$$
. Có bao nhiêu nghiệm nguyên $(x; y)$ của hệ đã cho?

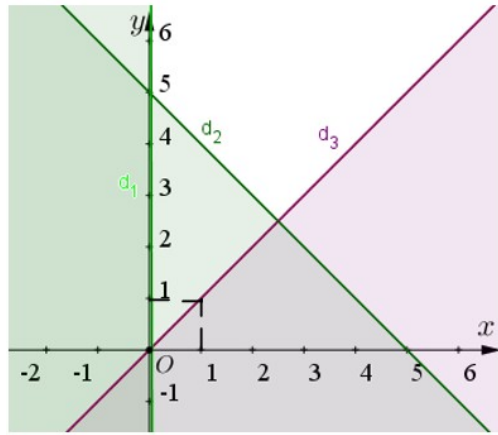
Lời giải

Đáp án: 6.

Do $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình nên ta có $0 \leq x, y \leq 2$. Vậy

$$(x; y) = (0; 0), (0; 1), (0; 2), (1; 0), (1; 1), (2; 0)$$

Câu 16: Phần không bị tô màu biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x > 0 \\ ax + by > 5 \\ cx + dy < 0. \end{cases}$$
. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c + d$.



Lời giải

Đáp án: 2

Trên mặt phẳng Oxy , $d_1: x=0$ (Oy)

d_2 đi qua điểm $(5;0), (0;5)$ nên ta có hệ $\begin{cases} a \cdot 5 + b \cdot 0 = 5 \\ a \cdot 0 + b \cdot 5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ nên $d_2: x+y=5$

d_3 đi qua điểm $(0;0), (1;1)$ nên $d_3: x-y=0$

Biểu diễn từng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên mặt phẳng Oxy .

Miền không bị tô màu trong hình trên là phần giao của ba miền nghiệm của ba bất phương trình và cũng là phần biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Vậy $a+b+c+d=1+1+1+(-1)=2$.

Câu 17: Bác Quân là chủ một trang trại, bác dự định trồng cà phê và ca cao trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Biết rằng, trên mỗi ha, nếu trồng cà phê thì cần 20 ngày công và thu được 9 triệu đồng, nếu trồng ca cao thì cần 30 ngày công và thu được 12 triệu đồng. Bác Quân xác định đầu tư không quá 180 ngày công. Biết rằng, bác Quân cần trồng m ha cà phê và n ha ca cao sẽ thu được nhiều tiền nhất. Giá trị mn bằng bao nhiêu?

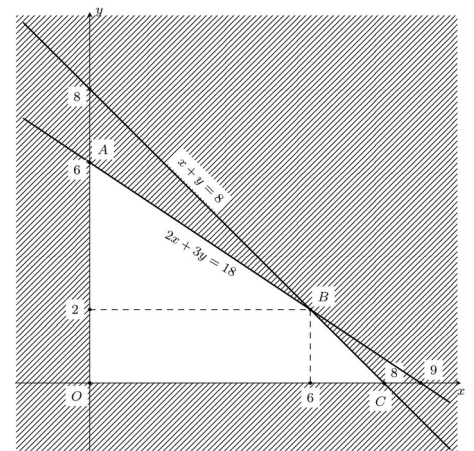
Lời giải

Đáp án: $mn=12$.

Gọi x, y lần lượt là diện tích đất trồng cà phê và ca cao.

Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 8 \\ 20x+30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 8 \\ 2x+3y \leq 18 \end{cases}$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên, ta được miền nghiệm là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0)$, $A(0;6)$, $B(6;2)$, $C(8;0)$.

Số tiền thu được là $F(x; y) = 9x + 12y$.

Ta có $F(0;0) = 0$, $F(0;6) = 72$, $F(6;2) = 78$, $F(8;0) = 72$. Do đó giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ là 78, đạt được khi $x = 6$; $y = 2$.

Vậy bác Quân trồng cà phê và ca cao trên diện tích tương ứng là 6 ha và 2 ha thì thu được nhiều tiền nhất.

Câu 18: Một xưởng có máy cắt và máy tiện dùng để sản xuất trục sắt và đỉnh ốc. Sản xuất 1 tấn trục sắt thì lần lượt máy cắt chạy trong 3 giờ và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 2 triệu. Sản xuất 1 tấn đỉnh ốc thì lần lượt máy cắt và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 1 triệu. Một máy không thể sản xuất cả 2 loại. Máy cắt làm không quá 6 giờ/ngày, máy tiện làm không quá 4 giờ/ngày. Theo tính toán, nếu một ngày xưởng sản xuất được a tấn trục sắt và b tấn đỉnh ốc thì tiền lãi sẽ đạt cao nhất. Tính $T = a + 3b$.

Lời giải

Đáp án: 10

Gọi x là số tấn trục sắt và y là số tấn đỉnh ốc sản xuất trong ngày.

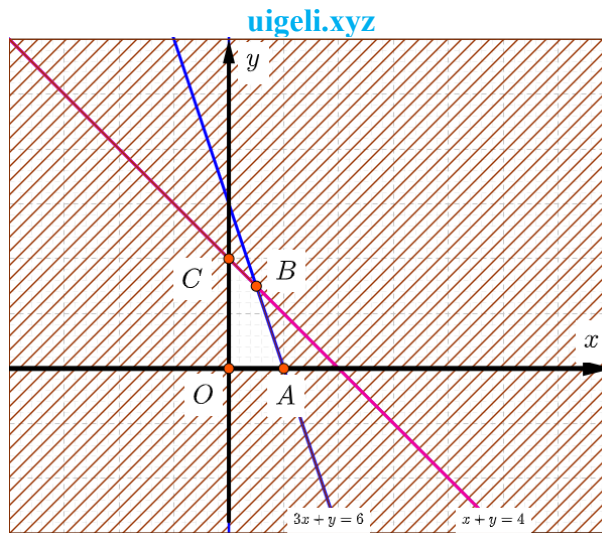
Số tiền lãi mỗi ngày: $L(x, y) = 2x + y$.

Số giờ làm việc mỗi ngày của máy cắt: $3x + y$.

Số giờ làm việc mỗi ngày của máy tiện: $x + y$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành: Trong các nghiệm của hệ bất phương trình $(*)$, tìm nghiệm $(x_0; y_0)$ sao cho $L(x; y) = 2x + y$ lớn nhất.



Miền nghiệm của (*) là tứ giác $OABC$ như hình vẽ với $O(0;0)$, $A(2;0)$, $B(1;3)$, $C(0;4)$.

Ta có: $L(0;0) = 0$, $L(2;0) = 4$, $L(1,3) = 5$, $L(0,4) = 4$.

Suy ra: GTLN của $L(x,y)$ bằng 5 khi $(x,y) = (1;3)$

Vậy một ngày xưởng nên sản xuất 1 tấn trực sắt và 3 tấn đinh ốc để tiền lãi cao nhất.

Khi đó $a = 1, b = 3$ nên $a + 3b = 10$.

Câu 19: Có bao nhiêu hệ bất phương trình trong các hệ bất phương trình sau đây được gọi là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$\begin{cases} x > 4 \\ -3x - 5y \leq -6 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 \leq -1 \\ 7x - y > -2 \end{cases}$$

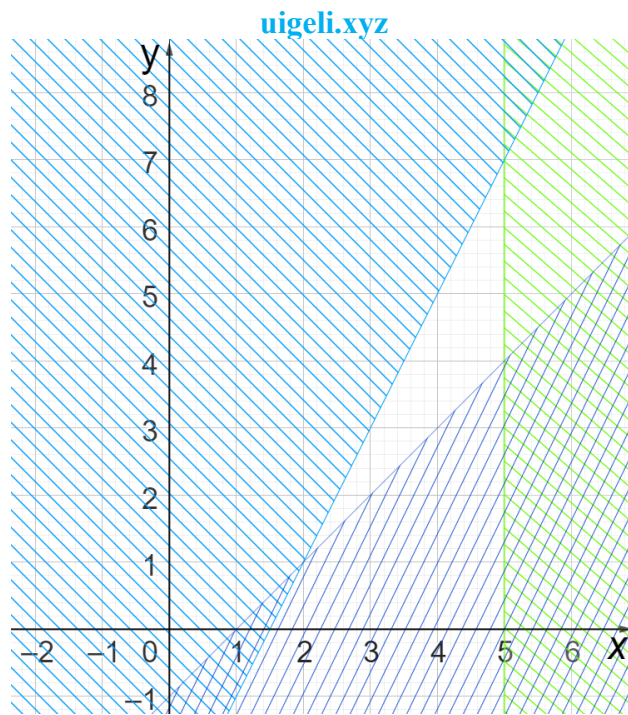
$$\begin{cases} x(x+y) > 1 \\ -x + 20y \leq 14 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

Lời giải

Dễ thấy ta có hệ và hệ là hai hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Đáp án: 2

Câu 20: Điểm $M(a;4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x + y \geq -1 \\ 2x - y \geq 3 \\ x \leq 5 \end{cases}$. Khi đó tổng các giá trị nguyên của a là



Lời giải

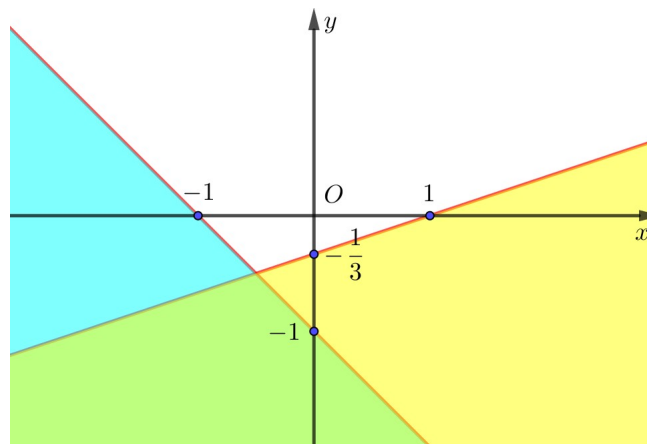
Đáp số: 9.

Theo hình vẽ ta thấy hai điểm M có 2 giá trị a nguyên là 4 và 5 thỏa mãn yêu cầu đề vì hai điểm $M_1(4;4)$, $M_2(5;4)$ thuộc miền nghiệm.

Vậy tổng hai giá trị của a bằng 9.

Câu 21: Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình hệ bất

phương trình $\begin{cases} ax + by - 1 < 0 \\ x + y + 1 > 0 \end{cases}$. Tính $a + b$.



Lời giải

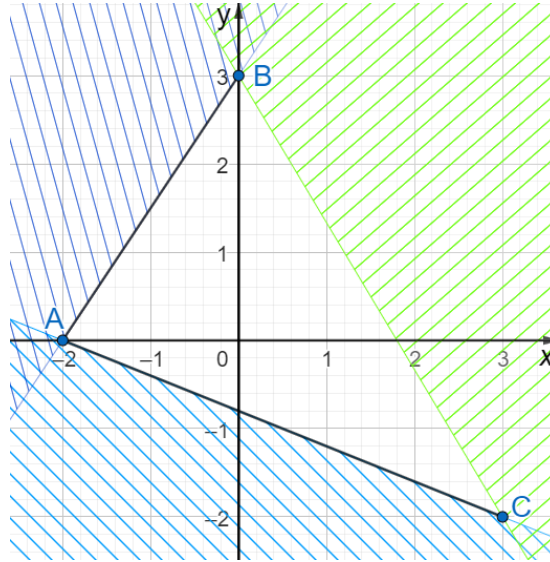
Đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1;0)$, $B(0;-1)$ là $(\Delta_1): x + y + 1 = 0$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $C(1;0)$, $D(0;-\frac{1}{3})$ là $(\Delta_2): x - 3y - 1 = 0$.

Dựa vào miền nghiệm của hệ bất phương trình, ta suy ra $a = 1; b = -3 \Rightarrow a + b = -2$.

Đáp án: -2

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;0)$, $B(0;3)$ và $C(3;-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của b sao cho điểm $M(b; b+2)$ nằm trên hình tam giác ABC tính cả ba cạnh AB, BC, CA .



Lời giải

Đáp số: -3.

Nhận thấy hình tam giác ABC tính cả 3 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình gồm 3 bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng chứa điểm $O(0;0)$ và lần lượt có các bờ là các đường AB, BC, CA .

- Phương trình đường thẳng $AB: -3x + 2y = 6$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ AB và chứa điểm O là $-3x + 2y \leq 6$.
- Phương trình đường thẳng $BC: 5x + 3y = 9$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ BC và chứa điểm O là $5x + 3y \leq 9$.
- Phương trình đường thẳng $CA: 2x + 5y = -4$. Bất phương trình có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ CA và chứa điểm O là $2x + 5y \geq -4$.

Như vậy hình tam giác ABC tính cả 3 cạnh của nó là miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} -3x + 2y \leq 6 \\ 5x + 3y \leq 9 \\ 2x + 5y \geq -4 \end{cases}$$

Điểm $M(b; b+2)$ nằm trên hình tam giác ABC tính cả ba cạnh của nó khi và chỉ khi $(b; b+2)$ là một

$$\text{ng nghiệm của hệ, tức là } \begin{cases} -3b + 2(b+2) \leq 6 \\ 5b + 3(b+2) \leq 9 \\ 2b + 5(b+2) \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -2 \\ b \leq \frac{3}{8} \\ b \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq b \leq \frac{3}{8}.$$

Vì b nguyên nên $b \in \{-2; -1; 0\}$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của b là -3 .

Câu 23: Một khách hàng cần đặt một thợ mộc một số bàn học và một số ghế. Để làm một cái bàn học người thợ mất 6 giờ và mất 4 giờ để làm một cái ghế. Người thợ mộc có tối đa 36 giờ/tuần để làm bàn và ghế. Khách hàng yêu cầu người thợ mộc làm số ghế nhiều nhất là hơn số bàn một cái. Số lượng bàn và ghế tối đa người thợ mộc có thể làm được trong một tuần là 7 cái. Biết một cái bàn học bán ra lãi 180 nghìn đồng, mỗi cái ghế bán ra lãi 140 nghìn đồng. Số tiền lãi thu về lớn nhất khi người thợ đóng được x_0 cái ghế và y_0 cái bàn trong 1 tuần. Tính $x_0 + y_0$.

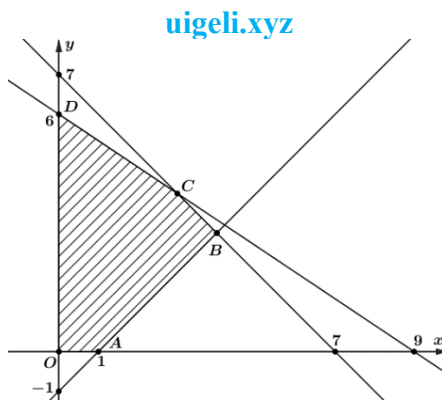
Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số ghế và số bàn học mà người thợ mộc làm được trong một tuần ($x, y \geq 0$).

$$\text{Ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} 4x + 6y \leq 36 \\ y + 1 \geq x \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 18 \\ x - y \leq 1 \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} 2x + 3y - 18 = 0 \quad (d_1) \\ x + y = 7 \quad (d_2) \\ x - y - 1 = 0 \quad (d_3) \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{Với } \begin{cases} E = d_1 \cap d_3 \\ D = d_1 \cap Oy \\ C = d_1 \cap d_2 \\ B = d_2 \cap d_3 \\ A = d_3 \cap Ox \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E\left(\frac{21}{5}; \frac{16}{5}\right) \\ D(0; 6) \\ C(3; 4) \\ B(4; 3) \\ A(1; 0) \end{cases}.$$

Miền nghiệm của hệ (1) là miền trong tứ giác $OABD$ như hình vẽ.



Khi đó số tiền lãi mà người thợ mộc thu được là: $f(x; y) = 140x + 180y$.

$$\left\{ \begin{array}{l} f(O) = 0 \\ f(A) = 140.1 = 140 \\ f(B) = 140.4 + 180.3 = 1100 \\ f(C) = 140.3 + 180.4 = 1140 \\ f(D) = 140.0 + 180.6 = 1080 \end{array} \right.$$

Ta có

Do đó người thợ mộc cần làm được 3 cái ghế và 4 cái bàn trong 1 tuần thì được số tiền lãi lớn nhất 1140.

Vậy $x_0 + y_0 = 7$.

Đáp án: 7

Câu 24: Thầy Lộc PT tư vấn cho học viên mới về chi phí tối đa tập gym để nâng cao sức khỏe và thi đấu với chế độ ăn mỗi ngày không quá: $139g$ Protein; $242,1g$ Carbohydrate ; $80g$ chất béo lành mạnh từ các thực phẩm chính là trứng, yến mạch, thịt bò. Trong một ngày ăn không ăn quá $800g$ trứng, tỉ lệ khối lượng yến mạch và thịt bò là $3:2$. Gọi $x(100g); y(100g)$ lần lượt là khối lượng thịt bò và trứng cần mua để ăn trong một ngày sao cho số tiền mua là nhiều nhất và đảm bảo đúng chế độ ăn. Biết giá tiền và hàm lượng của 3 loại thực phẩm chính mà thầy hay dùng trong bảng bên dưới. Khi đó tổng khối lượng theo đơn vị 100 g của 3 loại là

Tên thực phẩm	Giá tiền	Protein (g/100g)	Carbohydrate (g/100g)	Chất béo lành mạnh (g/100g)
Thịt bò	22	26	0	5
Trứng	7	15	0,7	9
Yến mạch	21	14	80	10

Lời giải

Đáp số: 8.

Điều kiện: $x \geq 0; 0 \leq y \leq 8$

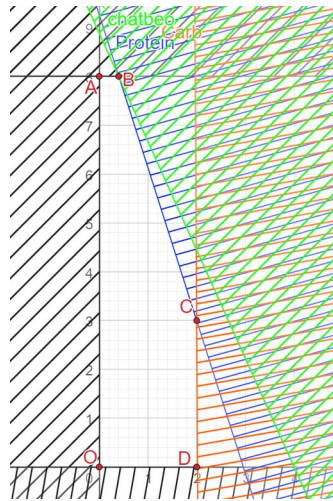
Khối lượng yến mạch là $\frac{3}{2}x$

Khi đó tổng khối lượng các loại: protein là $47x + 15y$; carb là $120x + 0,7y$ và chất béo là $20x + 9y$

Vì chế độ ăn mỗi ngày không ít hơn: $139g$ protein; $242,1g$ carbohydrate; $80g$ chất béo lành mạnh

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 47x + 15y \leq 139 \text{ (Protein)} \\ 120x + 0,7y \leq 242,1 \text{ (Carb)} \\ 20x + 9y \leq 80 \text{ (Chatbeo)} \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 8 \end{cases} \quad (*)$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền ngũ giác $OABCD$ kể cả các cạnh của ngũ giác.

Chi phí để mua $x(100g)$ thịt bò; $\frac{3x}{2}(100g)$ yến mạch và $y(100g)$ trứng là

$$T_{(x,y)} = 22x + 21 \cdot \frac{3}{2}x + 7y = 53,5x + 7y$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $T_{(x,y)} = 53,5x + 7y$ trên miền nghiệm của hệ $(*)$.

Tìm tọa độ các điểm $O; A; B; C; D$.

Tọa độ điểm $A(0;8)$

Tọa độ điểm $B(0,4;8)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 47x + 15y = 139 \text{ (Protein)} \\ 20x + 9y = 80 \text{ (Chatbeo)} \\ y = 8 \end{cases}$$

Tọa độ điểm $C(2;3)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 47x + 15y = 139 \text{ (Protein)} \\ 120x + 0,7y = 242,1 \text{ (Carb)} \end{cases}$$

Tọa độ điểm $D(2;0)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 120x + 0,7y \leq 242,1 \text{ (Carb)} \\ y = 0 \end{cases}$$

Giá trị lớn nhất của $T_{(x,y)} = 53,5x + 7y$ là tại điểm $C(2;3)$ là $T = 53,5.2 + 7.3 = 128$. Vậy tổng khối lượng

3 loại là $2 + \frac{3}{2}.2 + 3 = 8$

Câu 25: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{5} \geq 1 \\ 2x - y - 3 \leq 0 \end{cases}$$
 và các điểm $A(2; -5); B(-2; 0); C(0; 5);$

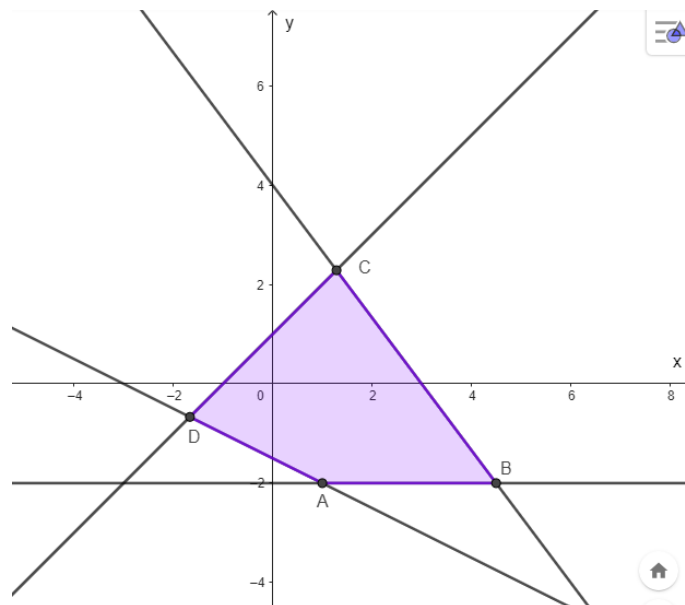
$D(2024; 2025)$. Trong các điểm trên, số điểm thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là:

Lời giải

Ta thấy có điểm D có tọa độ thỏa mãn hệ BPT nên D thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình. **Đáp án: 1.**

Câu 26: Cho hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} \leq 1 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ x + 2y + 3 \geq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$
. Miền nghiệm của hệ bất phương trình là một hình đa giác. Số các cạnh của đa giác đó là:

Lời giải



Ta thấy miền nghiệm của hệ bất phương trình là hình tứ giác $ABCD$. Số các cạnh của đa giác đó là 4.

Đáp án: 4.

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$

Câu 27: Các số x và y thỏa mãn hệ bất phương trình . Miền nghiệm của hệ bất phương trình là hình phẳng có diện tích bằng bao nhiêu?

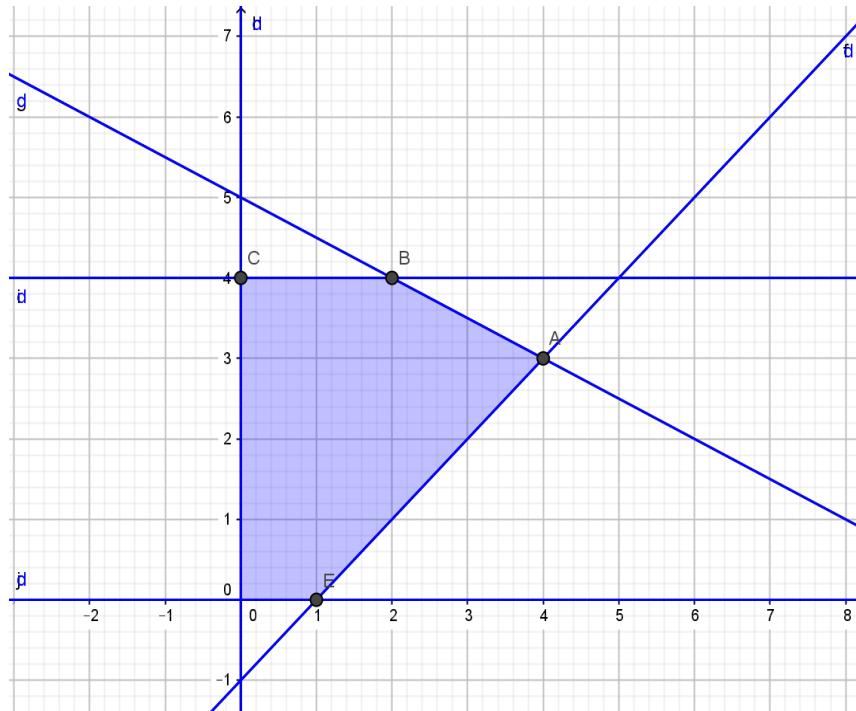
Lời giải

Đáp án: 10,5

Vẽ đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2 : x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3 : y = 4$.



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác $ABCOE$ với $A(4; 3)$, $B(2; 4)$, $C(0; 4)$, $E(1; 0)$

Gọi D. Khi đó miền ngũ giác $ABCOE$ được chia thành hai hình thang ABCD và ADOE.

Diện tích hình thang ABCD bằng $S_1 = \frac{(AD + BC) \cdot CD}{2} = \frac{(4 + 2) \cdot 1}{2} = 3$

Diện tích hình thang ADOE bằng $S_2 = \frac{(AD + OE) \cdot OD}{2} = \frac{(4 + 1) \cdot 3}{2} = 7,5$

Do đó diện tích ngũ giác $ABCOE$ là $S = 3 + 7,5 = 10,5$.

Câu 28: Một công ty trong một đợt quảng cáo và bán hàng, cần thuê xe để chở 70 người và 30 tấn hàng. Nơi cho thuê xe chỉ có hai loại xe: xe loại A và xe loại B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu và một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu. Biết rằng mỗi xe loại A chỉ chở tối đa 10 người và 2 tấn hàng; mỗi xe loại B chỉ chở tối đa 5 người và 5 tấn hàng. Tính số tiền ít nhất công ty cần bỏ ra thuê xe để thực hiện đợt quảng cáo và bán hàng.

Lời giải

Đáp án: 32

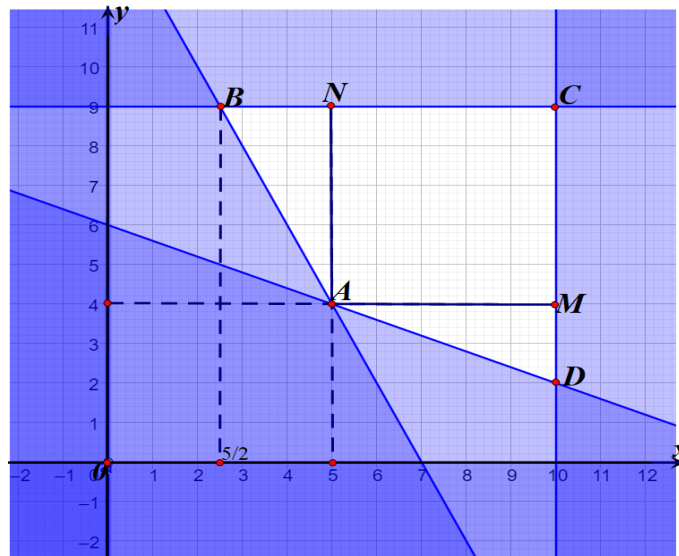
Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và số xe loại B cần phải thuê.

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}$$

Từ điều kiện bài ra ta có hệ

Khi đó số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $F = 4x + 3y$

Miền nghiệm của hệ là tứ giác $ABCD$ như hình vẽ bên dưới



Với $A(5;4), B(\frac{5}{2};9), C(10;9), D(10;2)$

$$F(5;4) = 32; F(\frac{5}{2};9) = 37; F(10;9) = 76; F(10;2) = 48$$

Do đó số tiền ít nhất công ty cần bỏ ra để thuê xe là 32

Câu 29: Một nhà máy sản xuất hai loại thức ăn gia súc: loại A và loại B. Để sản xuất 1 tấn thức ăn loại A cần 3 tấn nguyên liệu X, 2 tấn nguyên liệu Y và 1 tấn phụ gia. Để sản xuất 1 tấn thức ăn loại B cần 2 tấn nguyên liệu X, 4 tấn nguyên liệu Y và 3 tấn phụ gia. Nhà máy có tối đa 120 tấn nguyên liệu X, 160 tấn nguyên liệu Y và 80 tấn phụ

gia. Biết rằng lợi nhuận thu được từ mỗi tấn thức ăn loại A là 20 triệu đồng và từ loại B là 30 triệu đồng. Lợi nhuận nhà máy thu được lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

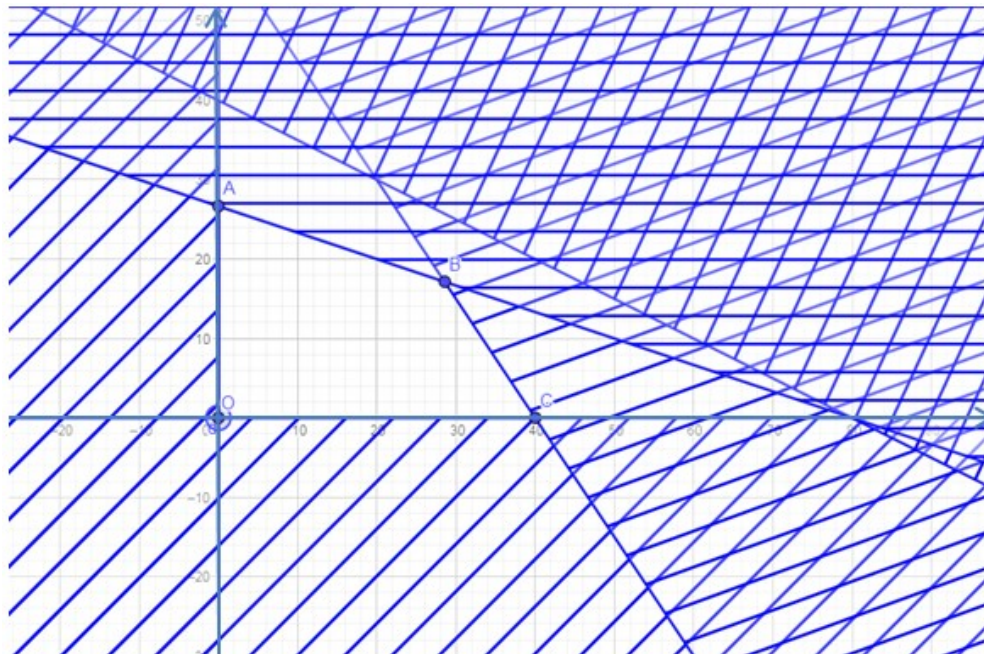
Gọi x và y lần lượt là số lượng thức ăn loại A và loại B mà nhà máy nên sản xuất. Theo đề bài ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 120 \\ 2x + 4y \leq 160 \\ x + 3y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y \leq 120 \\ x + 2y \leq 80 \\ x + 3y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Lợi nhuận thu được từ việc sản xuất x tấn thức ăn loại A và y tấn thức ăn loại B là:

$$T = 20x + 30y$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ:



$$OABC \quad O(0;0), A\left(0; \frac{80}{3}\right), B\left(\frac{200}{7}; \frac{120}{7}\right), C(40;0)$$

Vậy miền nghiệm của hệ là miền tứ giác với

$$T = 20x + 30y \quad \frac{7600}{7} \approx 1086 \quad x = \frac{200}{7}, y = \frac{120}{7}$$

đạt giá trị nhỏ nhất bằng tại .

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà nhà máy thu được là 1086 triệu đồng.

Câu 30: Bạn Huệ mang 140000 đồng đi hiệu sách để mua vở và bút. Biết rằng giá một quyển vở là 10000 đồng và giá một cây bút là 5000 đồng. Bạn Huệ mua 9 cây bút và dành tiền còn lại để mua vở. Hỏi bạn có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển vở?

Lời giải

Trả lời: 11

Gọi x, y lần lượt là số quyển vở và bút bạn Huệ mua.

Bất phương trình biểu diễn số quyển vở và bút có thể mua được theo số tiền mang theo là $10000x + 5000y \leq 140000$.

Khi bạn Huệ đã mua 9 cây bút thì ta có bất phương trình trở thành $10000x + 5000 \cdot 9 \leq 140000 \Leftrightarrow x \leq 11,5$.

Vì x nguyên dương nên số quyển vở tối đa bạn Huệ mua được là 11 quyển.

Câu 31: Trong 4 hệ bất phương trình sau, có bao nhiêu hệ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x - 3y > 4 \\ 2x + y \leq 12 \\ y \geq 1 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases} \\ \text{c) } \begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} x - y < 4 \\ x^2 + 2y \leq 15 \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

Đáp án: 3

Hệ ở câu d) không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chứa một bất phương trình bậc hai

$$x^2 + 2y \leq 15$$

Vậy có 3 hệ bất phương trình bậc nhất 2 ẩn.

Câu 32: Có bao nhiêu các giá trị nguyên của tham số m để $(x; y) = (m; -1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất

phương trình
$$\begin{cases} x + y - 2 > 0 \\ 2x - y - 51 \leq 0 \end{cases} ?$$

Lời giải

Đáp án: 22

$$(x; y) = (m; -1) \text{ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình } \begin{cases} x + y - 2 > 0 \\ 2x - y - 51 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 - 2 > 0 \\ 2m + 1 - 51 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 25 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{4; \dots; 25\}$$

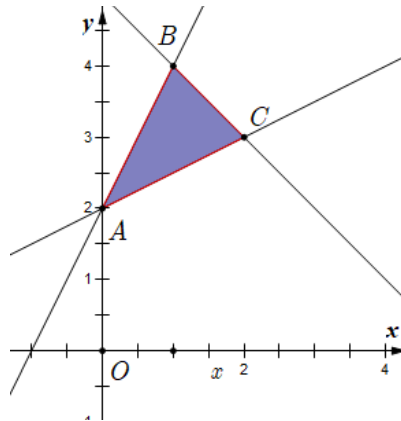
Vậy có 22 giá trị nguyên của m .

Câu 33: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

Lời giải

Đáp án: 1

Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là miền trong của tam giác ABC kể cả biên, với $A(0; 2)$, $B(1; 4)$, $C(2; 3)$



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A , B , C .

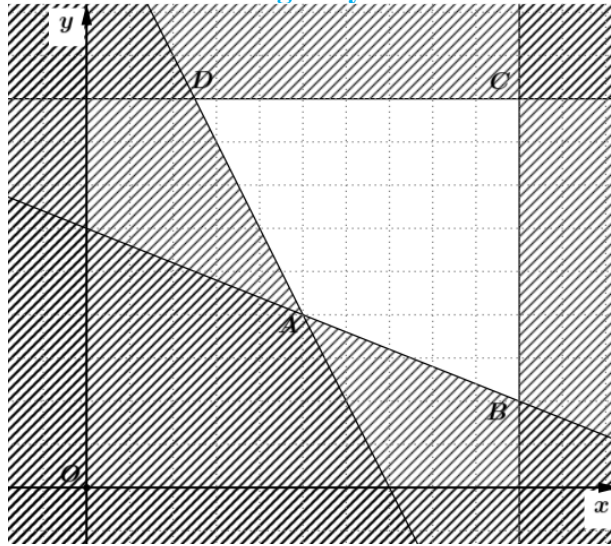
Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$; tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$; tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2$, $y = 3$.

Câu 34: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3x + 2y$ biết $(x; y)$ thỏa hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases}$.

Lời giải

Đáp án: 23



Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$, với $A(5;4)$, $B(10;2)$, $C(10;9)$, $D\left(\frac{5}{2};9\right)$.

Tại $A(5;4)$, ta có $F = 23$; tại $B(10;2)$, ta có $F = 34$; tại $C(10;9)$, ta có $F = 48$; tại $D\left(\frac{5}{2};9\right)$, ta có $F = \frac{51}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $F = 3x + 2y$ bằng 23 khi $(x; y) = (5; 4)$.

Câu 35: Bác Hai có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Hai cần 10 ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Hai cần 20 ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Hai chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 260

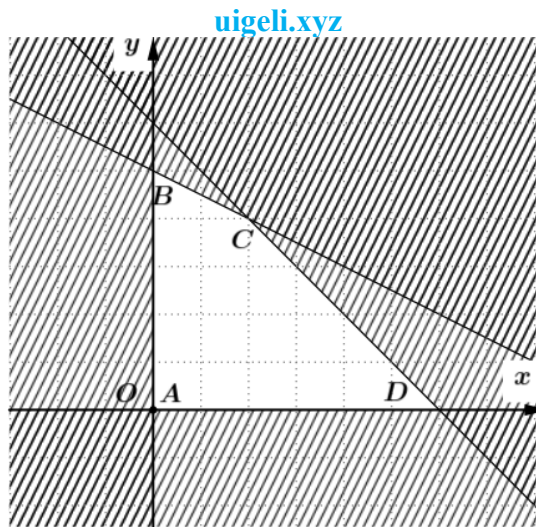
Gọi diện tích trồng bắp là x ha, $x \geq 0$. Số ngày công trồng bắp là $10x$ ngày

Diện tích trồng cà chua là y ha, $y \geq 0$. Số ngày công trồng cà chua là $20y$ ngày

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ 10x + 20y \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ x + 2y \leq 10 \end{cases}$$

Dựa vào dữ kiện của đề bài ta có hệ bất phương trình

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$, với $A(0;0)$, $B(0;5)$, $C(2;4)$, $D(6;0)$.



Số tiền bác Hai thu được khi canh tác 6 ha đất trong 100 ngày là $F = 30x + 50y$

Ta thấy $F = 30x + 50y$ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các đỉnh.

Tại $A(0;0)$ thì $F = 0$; tại $B(0;5)$ thì $F = 250$;

tại $C(2;4)$ thì $F = 260$; tại $D(6;0)$ thì $F = 180$.

Vậy số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là 260 triệu đồng khi trồng 2 ha bắp và 4 ha cà chua.

Câu 36: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 640

Giả sử x, y lần lượt là số lít nước ngọt loại I và số lít nước ngọt loại II mà mỗi đội cần pha chế.

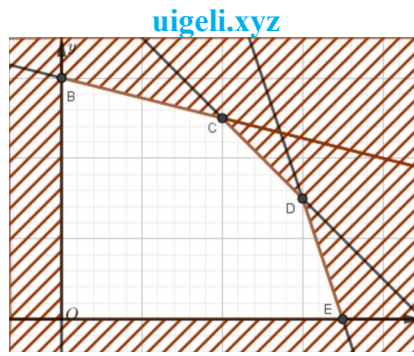
Điều kiện: $x \geq 0, y \geq 0$

Vì số gam đường được sử dụng tối đa gam đường nên $30x + 10y \leq 210$.

Vì số lít nước được sử dụng tối đa 9 lít nước nên $x + y \leq 9$.

Vì số gam hương liệu được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu nên $x + 4y \leq 24$.

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases}$$



Miền nghiệm là phần hình vẽ không tô màu ở hình trên, hay là ngũ giác $OBCDE$ với $O(0;0), B(0;6), C(4;5), D(6;3), E(7;0)$.

Số điểm thưởng nhận được là $P(x; y) = 60x + 80y$.

Ta đi tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P(x; y)$ với x, y thỏa mãn (*)

Biểu thức $P = 60x + 80y$ đạt GTLN tại $(x; y)$ là tọa độ một trong các đỉnh của ngũ giác.

Thay lần lượt tọa độ các điểm O, B, C, D, E vào biểu thức $P(x; y)$ ta được:

$$P(0;0) = 0; P(0;6) = 480; P(4;5) = 640; P(6;3) = 600; P(7;0) = 420$$

Vậy số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là 640 điểm khi pha chế 4 lít nước ngọt loại I và 5 lít nước ngọt loại II.

Câu 37: Bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm $(x; y)$ trong đó x, y là các số nguyên dương?

Trả lời: 1

Lời giải

Do $x > 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ nên ta có $\frac{y}{3} < 1 \Leftrightarrow y < 3$. Do y nguyên dương nên $y \in \{1; 2\}$.

Với $y = 1$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow x = 1$.

Với $y = 2$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Do đó bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có nghiệm nguyên dương là $(1; 1)$.

Vậy bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có một nghiệm $(x; y)$ trong đó x, y là các số nguyên dương.

Câu 38: Bạn Nam mang 120000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển vở và bút. Biết rằng giá một quyển vở là 10000 đồng và giá của một cây bút là 4000 đồng. Bạn Nam đã mua 7 quyển vở, hỏi bạn Nam có thể mua được tối đa bao nhiêu cây bút?

Lời giải

Trả lời: 12

Gọi x, y lần lượt là số vở mà số cây bút bạn Nam mua. Bất phương trình biểu diễn số vở và bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là $10000x + 4000y \leq 120000$

Bạn Nam đã mua 7 quyển vở nên ta có $10000 \cdot 7 + 4000 \cdot y \leq 120000 \Leftrightarrow y \leq 12,5$

Vì y nguyên dương nên số bút tối đa bạn Nam mua được là 12 cây.

Vậy bạn Nam đã mua 7 quyển vở thì bạn Nam có thể mua được tối đa 12 cây bút.

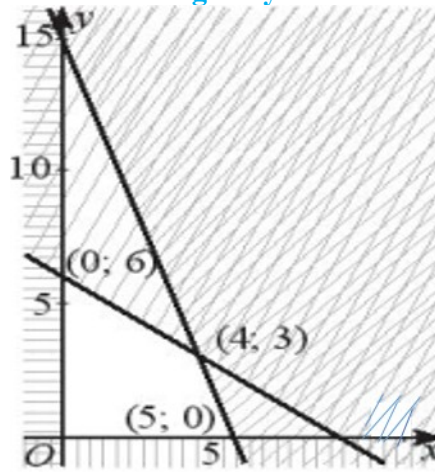
Câu 39: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = 2x + 3y$ trên miền

$$\text{nghiệm của hệ: } \begin{cases} 3x + 4y - 24 \leq 0 \\ 3x + y - 15 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$

Lời giải

Đáp án: 18

Miền nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x + 4y - 24 \leq 0 \\ 3x + y - 15 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ là miền tứ giác $OABC$ có tọa độ các đỉnh là: $O(0;0); A(0;6); B(4;3); C(5;0)$.

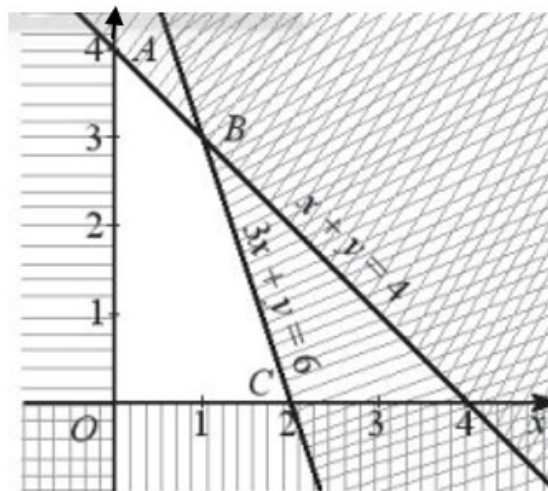


Thay x, y lần lượt là tọa độ các điểm O, A, B, C vào biểu thức $F(x, y) = 2x + 3y$ có bảng sau.

Điểm	$O(0;0)$	$A(0;6)$	$B(4;3)$	$C(5;0)$
$F(x, y) = 2x + 3y$	0	18	17	10

Từ bảng giá trị trên ta có biểu thức $F(x, y) = 2x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 18 tại $x = 0, y = 6$.

Câu 40: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, trên miền đa giác $OABC$ không gạch chéo ở hình bên là miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $G(x, y) = 0,01x + 0,08y$.



Lời giải

Đáp án: 0,32

Ta có miền đa giác không gạch chéo ở hình bên là miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai

$$\text{ấn : } \begin{cases} x + y \leq 4 \\ 3x + y \leq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tứ giác $OABC$ có tọa độ các đỉnh là: $O(0;0); A(0;4); B(1;3); C(2;0)$.

Thay x, y lần lượt là tọa độ các điểm O, A, B, C vào biểu thức $G(x; y) = 0,01x + 0,08y$

Điểm	$O(0;0)$	$A(0;4)$	$B(1;3)$	$C(2;0)$
$G(x; y) = 0,01x + 0,08y$	0	0,32	0,25	0,02

Vậy biểu thức $G(x; y) = 0,01x + 0,08y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0,32 tại $x = 0, y = 4$.

Câu 41: Một xưởng sản xuất bàn và ghế. Một chiếc bàn cần 1,5 giờ lắp ráp và 1 giờ hoàn thiện. Một chiếc ghế cần 1 giờ lắp ráp và 2 giờ hoàn thiện. Bộ phận lắp ráp có 3 công nhân, bộ phận hoàn thiện có 4 công nhân. Mỗi công nhân không làm việc quá 8 giờ một ngày và năng suất lao động của công nhân ở mỗi bộ phận đều như nhau. Thị trường luôn tiêu thụ hết sản phẩm của xưởng và lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 3,5 lần số bàn. Một chiếc bàn lãi 600 nghìn đồng, một chiếc ghế lãi 450 nghìn đồng. Hỏi trong một ngày, xưởng sản xuất cần sản xuất bao nhiêu chiếc bàn, bao nhiêu chiếc ghế để thu được tiền lãi cao nhất ?

Lời giải

Gọi x là số bàn, y là số ghế mà xưởng sản xuất trong một ngày $x \geq 0; y \geq 0$ ($x, y \in \mathbb{N}$). Tiền lãi trong một ngày là $F(x; y) = 600x + 450y$

Để sản xuất x chiếc bàn cần: $1,5x$ giờ lắp ráp và x giờ hoàn thiện.

Để sản xuất y chiếc ghế cần: y giờ lắp ráp và $2y$ giờ hoàn thiện.

Tổng số thời gian lắp ráp x chiếc bàn và y chiếc ghế là: $1,5x + y$

Tổng số thời gian hoàn thiện x chiếc bàn và y chiếc ghế là: $x + 2y$

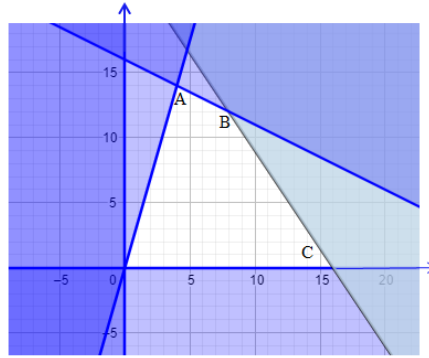
Bộ phận lắp ráp có 3 công nhân và mỗi công nhân làm việc không quá 8 giờ một ngày nên ta có: $1,5x + y \leq 3.8 \Leftrightarrow 1,5x + y \leq 24$

Bộ phận hoàn thiện có 4 công nhân và mỗi công nhân làm việc không quá 8 giờ một ngày nên ta có: $x + 2y \leq 4.8 \Leftrightarrow x + 2y \leq 32$

Số lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 3,5 lần số bàn nên ta có: $y \leq 3,5x \Leftrightarrow 3,5x - y \geq 0$

$$\begin{cases} 1,5x + y \leq 24 \\ x + 2y \leq 32 \\ 3,5x - y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$

Ta có hệ bất phương trình:



+ Bài toán đưa về tìm các số tự nhiên x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F(x; y) = 600x + 450y$ có giá trị lớn nhất.

+ Miền nghiệm của hệ (I) là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0); A(4;14); B(8;12); C(16;0)$

$$F(0;0) = 0; F(4;14) = 8700; F(8;12) = 10200; F(16;0) = 9600$$

Vậy để thu được tiền lãi cao nhất thì một ngày, xưởng sản xuất 8 chiếc bàn và 12 chiếc ghế. Khi đó tiền lãi mỗi ngày là 10200000 đồng

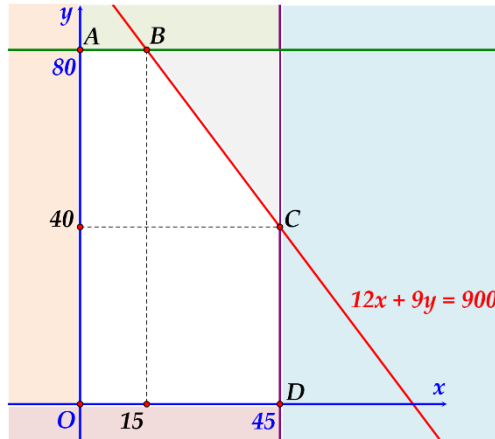
Câu 42: Một công ty điện tử sản xuất hai loại máy tính trên hai dây chuyền độc lập. Máy tính loại một sản xuất trên dây chuyền một với công suất tối đa ^{45} máy tính một ngày; máy tính loại hai sản xuất trên dây chuyền hai với công suất tối đa ^{80} máy tính một ngày. Để sản xuất một chiếc máy tính loại một cần 12 linh kiện và cần ^{9} linh kiện để sản xuất một máy tính loại hai. Biết rằng số linh kiện có thể sử dụng tối đa trong một ngày là 900 linh kiện và tiền lãi bán một chiếc máy loại một là 2.500.000 đồng; tiền lãi khi bán một chiếc máy loại hai là 1.800.000 đồng. Hỏi trong một ngày công ty cần sản xuất mỗi loại bao nhiêu máy tính để tiền lãi thu được là nhiều nhất. .

Lời giải

Gọi x, y ($x, y \in \mathbb{R}$) lần lượt là số máy tính loại 1 và loại 2 cần sản xuất ra trong một ngày. Theo đề bài ta

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 45 \\ 0 \leq y \leq 80 \\ 12x + 9y \leq 900 \end{cases}$$

có:



Miền nghiệm của bất phương trình là miền ngũ giác $OABCD$ với các đỉnh $O(0;0), A(0;80), B(15;80), C(45;40), D(45;0)$.

Gọi F là số tiền lãi thu được, ta có: $F(x, y) = 2,5 \cdot 10^6 x + 1,8 \cdot 10^6 y$.

Tính giá trị của F tại các đỉnh của ngũ giác ta có:

Tại $O(0;0)$: $F(0;0) = 0$. Tại $A(0;80)$: $F(0;80) = 144 \cdot 10^6$.

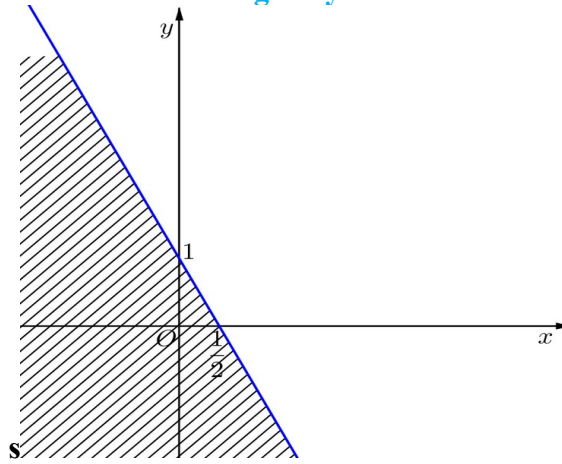
Tại $B(15;80)$: $F(15;80) = 181,5 \cdot 10^6$. Tại $C(45;40)$: $F(45;40) = 184,5 \cdot 10^6$.

Tại $D(45;0)$: $F(45;0) = 112,5 \cdot 10^6$.

Vậy công ty cần sản xuất 45 máy tính loại 1 và 40 máy tính loại 2 để có lãi cao nhất là 184.500.000 đồng.

qua điểm $M(-1;9)$ và có đỉnh $I(1;1)$.

Câu 43: Bất phương trình bậc nhất hai ẩn có miền nghiệm như hình dưới đây là bất phương trình có dạng $ax + by \geq c$. Ta có $a + b + c$ bằng ?



Trả lời: 4.

Lời giải

Đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ và $B(0; 1)$ có phương trình: $2x + y = 1$.

Xét điểm $C(1; 1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình ta có: $2 \cdot 1 + 1 > 1$ nên bất phương trình bậc nhất hai ẩn cần tìm là $2x + y \geq 1$. Vậy ta có $a + b + c = 4$

Câu 44: Một bạn học sinh có 50.000 đồng muốn x cuốn vở và y cây bút bi $(x, y \in \mathbb{N})$. Biết giá một cuốn vở là 7000 đồng và một cây bút bi là 4000 đồng. Một bất phương trình mô tả cách lựa chọn phương án mua vở và bút của bạn học sinh đó có dạng $ax + by \leq 50$. Tính $a - b$?

Trả lời: 3.

Lời giải

Bất phương trình mô tả cách lựa chọn các phương án mua vở và bút bi của bạn học sinh là:

$$7000x + 4000y \leq 50000 \Leftrightarrow 7x + 4y \leq 50. \text{ Vậy } a - b = 3$$

Câu 45: Để chuẩn bị đồ dùng học tập cho năm học mới, mẹ cho Hoa 100.000 đồng để đi mua dụng cụ học tập. Sau khi lên danh sách đồ dùng còn thiếu, Hoa quyết định đi mua ít nhất 2 chiếc bút bi và một số vở để ghi chép. Biết giá tiền của một chiếc bút bi là 5.000 đồng và giá tiền một quyển vở là 7.000 đồng. Hỏi bạn Hoa có thể mua tối đa bao nhiêu quyển vở mà vẫn đảm bảo đủ đồ dùng học tập.

Lời giải

Trả lời: 12.

Gọi số bút và số vở mà bạn Hoa mua lần lượt là x, y $(x \geq 2; y \geq 0; x, y \in \mathbb{N})$.

Ta có: $5000x + 7000y \leq 100000 \Leftrightarrow 5x + 7y \leq 100 \Leftrightarrow y \leq \frac{100 - 5x}{7}$.

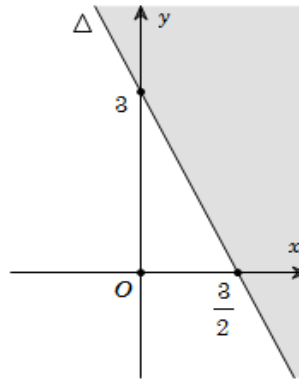
Do $x \geq 2$ nên $\frac{100 - 5x}{7} \leq \frac{90}{7} \Rightarrow y \leq \frac{90}{7}$.

Do vậy, bạn Hoa có thể mua tối đa 12 quyển vở.

Câu 46: Miền nghiệm của của bất phương trình $2x + y \leq 3$ giới hạn bởi 2 tia Ox, Oy có diện tích bằng bao nhiêu

Lời giải

Đáp án: 2,25.



Vẽ đường thẳng $\Delta: 2x + y = 3$.

Lấy gốc tọa độ $O(0;0)$, ta thấy $O \notin \Delta$ và có $2 \cdot 0 + 0 < 3$ nên nửa mặt phẳng bờ Δ chứa gốc tọa độ O là miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Miền nghiệm của của bất phương trình $2x + y \leq 3$ giới hạn bởi 2 tia Ox, Oy là một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{4} = 2,25$

Câu 47: Bất phương trình $3x + 2y < x - y + 8$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn dạng $ax + by < c$. Khi đó biểu thức $P = a^2 + b^2 - c$ bằng

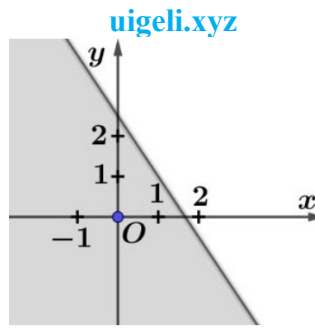
Lời giải

Đáp án: 5

Ta có $3x + 2y < x - y + 8 \Leftrightarrow 2x + 3y < 8$.

Nên $a = 2, b = 3, c = 8$. Vậy $P = a^2 + b^2 - c = 2^2 + 3^2 - 8 = 5$.

Câu 48: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y \geq 5$ là miền tô đậm trong hình dưới đây



Cặp $(a; b)$ với $a > 0, b > 0$ và $a, b \in \mathbb{Q}$ là một nghiệm của bất phương trình khi đó $a + b$ bằng:

Lời giải

Đáp số: 2.

Ta thấy $(a; b) = (1; 1)$ là nghiệm thỏa mãn, suy ra $a + b = 2$.

Câu 49: Cho bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$. Trong các cặp số sau: $(0; 0)$, $(-4; 0)$, $(0; -3)$, $(1; 2)$. Có bao nhiêu cặp số là nghiệm của bất phương trình đã cho?

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x) \Leftrightarrow 3x + 4y < -11$.

Khi đó

+ $3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 0 > -11$ nên cặp số $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho;

+ $3 \cdot (-4) + 4 \cdot 0 = -12 < -11$ nên cặp số $(-4; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho;

+ $3 \cdot 0 + 4 \cdot (-3) = -12 < -11$ nên cặp số $(0; -3)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho;

+ $3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 11 > -11$ nên cặp số $(1; 2)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho;

Vậy có 2 cặp số là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 50: Bác Hòa muốn thuê một chiếc ô tô trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

Gọi x và y lần lượt là số kilômét Bác Hòa đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền Bác Hòa phải trả không quá 25 triệu đồng là $4x + 5y \leq c$. Khi đó giá trị của c là

Lời giải

Đáp án: 8750

Gọi x và y lần lượt là số kilômét bác Hòa đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần .

Số tiền bác Hòa phải trả từ thứ Hai đến thứ Sáu là $5.900 + 8x = 4500 + 8x$

Số tiền bác Hòa phải trả hai ngày cuối tuần là $2.1500 + 10y = 3000 + 10y$

Vì đề bài yêu cầu tổng số tiền bác Hòa phải trả không quá 25 triệu đồng nên ta có

$$(4500 + 8x) + (3000 + 10y) \leq 25000 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 8750$$

Câu 51: Bạn An có 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút.

Lời giải

Đáp số: 11.

Bất phương trình biểu diễn số tập và bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là

$$8000x + 6000y \leq 150000$$

Bạn Lan có thể mua được tối đa số quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút là

$$8000x + 6000.10 \leq 150000 \Leftrightarrow x \leq 11,25$$

Vì x nguyên dương nên số quyển tập tối đa bạn An mua được là 11 quyển.

Câu 52: Một cửa hàng bán hai loại gạo, loại I bán mỗi kg lãi 3000 đồng, loại II bán mỗi kg lãi 2000 đồng. Giả sử cửa hàng bán x kg gạo loại I và y kg gạo loại II. Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y để cửa hàng đó thu được số lãi lớn hơn 100000 đồng có dạng $ax + by > 10$. Khi đó $a + b$ bằng?

Lời giải**Đáp án: 0,5.**

Bất phương trình biểu diễn mối liên hệ giữa x và y để cửa hàng thu được số lãi lớn hơn 100000 đồng là:

$$3000x + 2000y > 100000 \Leftrightarrow 0,3x + 0,2y > 10.$$

$$\Rightarrow a = 0,3; b = 0,2 \Rightarrow a + b = 0,5.$$

Câu 53: Cho các bất phương trình $2x - 3y + 4 \leq 0$, $6x^2 + 2y - 4 < 0$, $4x + 7 \geq 0$, $\frac{2}{3}x + \frac{1}{7}y - 4 > 0$,

$x + y < 2xy$. Trong các bất phương trình trên, có bao nhiêu bất phương trình **không phải** là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

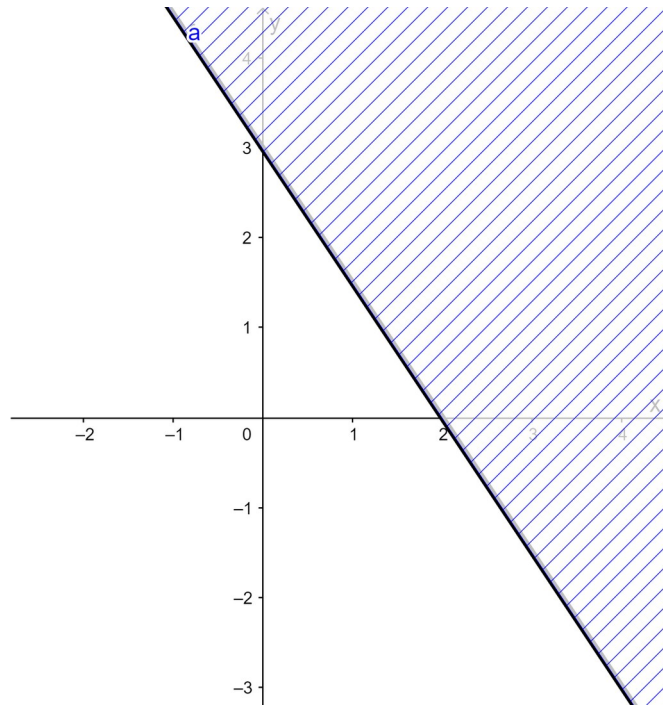
Lời giải

Đáp số: 2.

Trong số các bất phương trình trên có 2 bất phương trình **không phải** bất phương trình bậc nhất hai ẩn là

$$6x^2 + 2y - 4 < 0 \quad \text{và} \quad x + y < 2xy$$

Câu 54: Cho bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có miền nghiệm là phần không bị gạch như hình vẽ



Biết $(x_0; y_0) = (a; b)$ với điều kiện a, b nguyên dương là nghiệm của bất phương trình. Tính $T = a + 2b$?

Trả lời: $T = 3$

Lời giải

Do $x > 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ nên ta có $\frac{y}{3} < 1 \Leftrightarrow y < 3$

Do y nguyên dương nên $y \in \{1; 2\}$.

Với $y = 1$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = 1$.

Với $y = 2$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Vậy bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có nghiệm nguyên dương là $(1; 1)$.

Do đó $T = 3$.

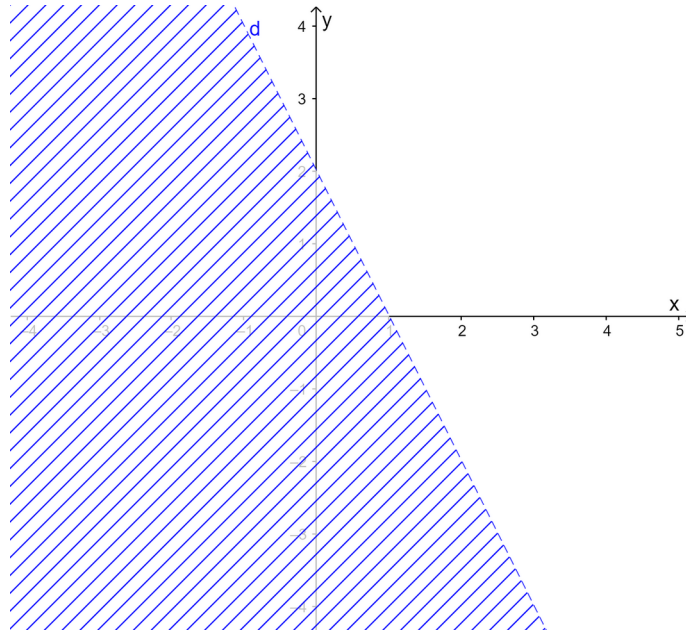
Câu 55: Tham số m với $m > a$ là điều kiện để cặp số $(-1; 2)$ là nghiệm của bất phương trình $mx + (m-1)y > 2$. Khi đó, giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 4.

Ta có cặp số $(-1; 2)$ là nghiệm của bất phương trình $mx + (m-1)y > 2$ khi và chỉ khi $-m + 2(m-1) > 2 \Leftrightarrow m > 4$

Câu 56: Cho bất phương trình $ax + by > 2$ có miền nghiệm là nửa mặt phẳng không bị gạch chéo không kể bờ là đường thẳng d như hình vẽ



Tính giá trị biểu thức $H = 3a - 2b$?

Trả lời: 4

Lời giải

Xét nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d có phương trình $ax + by = 2$ trên hình vẽ, đường thẳng cắt

trục Ox tại điểm $(1; 0)$ và cắt trục Oy tại điểm $(0; 2)$, nên ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a + 0 = 2 \\ 0 + 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng $d: 2x + y = 2$

Vậy $H = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 4$

Câu 57: Mẹ cho bạn An 200 nghìn đồng để mua vở và bút bi cho năm học mới. Khi đến nhà sách loại vở mà An hay dùng có giá 7 nghìn đồng một quyển, loại bút bi An hay dùng có giá 4,5 nghìn đồng một

cây. Gọi x và y ($x, y \in \mathbb{N}$) lần lượt là số quyển vở và số bút bi bạn An mua. Khi đó x và y thỏa mãn bất phương trình $ax + 9y \leq b$. Biểu thức $5a + b$ có giá trị là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 470.

Gọi x và y lần lượt là số quyển vở và số bút bi bạn An mua.

Số tiền mua vở và bút bi là: $7x + 4,5y$

Vì mẹ bạn An chỉ cho 200 nghìn đồng để mua vở và bút bi nên ta có:

$$7x + 4,5y \leq 200$$

Theo giả thiết, BPT có dạng $ax + 9y \leq b$ nên: $7x + 4,5y \leq 200 \Leftrightarrow 14x + 9y \leq 400$.

Suy ra $a = 14, b = 400$

Vậy $5a + b = 5 \cdot 14 + 400 = 470$.

Câu 58: Bạn An mang 60000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển vở và bút. Biết rằng giá một quyển vở là 6000 đồng và giá của một cây bút là 10000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua nhiều nhất bao nhiêu quyển vở để tổng số quyển vở và cây bút mua được là nhiều nhất, biết rằng bạn An phải mua ít nhất 2 cây bút.

Trả lời: 6

Lời giải

Gọi số quyển vở bạn An mua là x ($x \in \mathbb{N}$), số cây bút là y ($y \in \mathbb{N}, y \geq 2$).

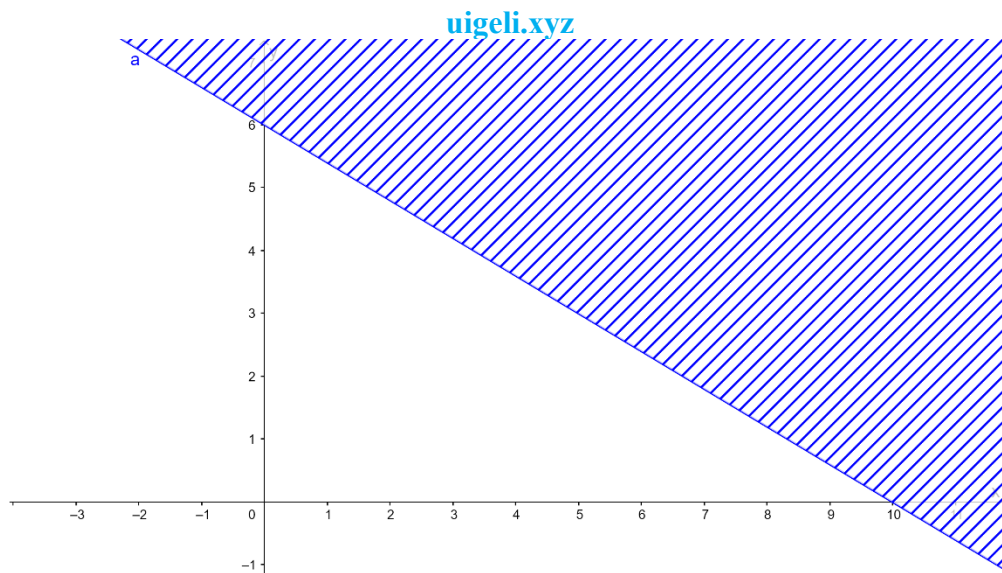
Số tiền mua vở là $6000x$

Số tiền mua bút là $10000y$

Bất phương trình biểu diễn số quyển vở và cây bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là

$$6000x + 10000y \leq 60000 \Leftrightarrow 3x + 5y \leq 30$$

Miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không bị gạch chéo kể cả bờ là đường thẳng a được xác định như hình vẽ



Ta lập bảng giá trị của $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện bài toán như sau

y	2	3	4	5	6
x	$x \leq 6$	$x \leq 5$	$x \leq 3$	$x \leq 1$	$x \leq 0$
Giá trị lớn nhất của $T = x + y$	$T = 8$	$T = 8$	$T = 7$	$T = 6$	$T = 6$

Vậy An có thể mua nhiều nhất 6 quyển vở.

Câu 59: Cho các bất phương trình sau:

$$2x - 3y \leq 1; 4x^2 - 3x > 1; x < 3; 2x + 3t < -4$$

Trong các bất phương trình trên có bao nhiêu bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

Đáp án: 3.

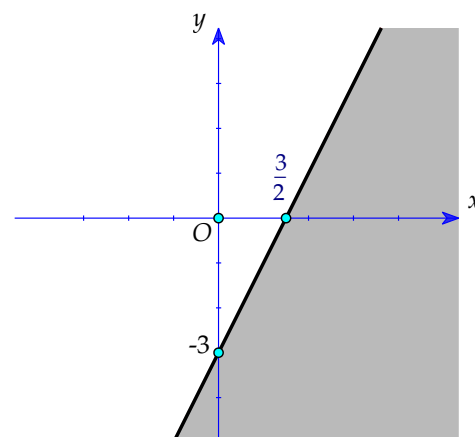
Lời giải

Ta có $2x - 3y \leq 1; x < 3; 2x + 3t < -4$ là các bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 60: Trong mặt phẳng Oxy , một bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có miền nghiệm là phần nửa mặt phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Có bao nhiêu điểm tọa độ dạng $(a; 0)$ với $a \in \mathbb{Q}, a \leq 2025$ thuộc miền nghiệm trên?

Đáp án: 2024

Lời giải



Điểm tọa độ dạng $(a; 0)$ thuộc miền nghiệm khi và chỉ khi $\frac{3}{2} \leq a \leq 2025, a \in \mathbb{Z}$, suy ra có tất cả 2024 điểm thuộc miền nghiệm.

Câu 61: Thu gọn bất phương trình $2(x-3y)-5x+x(x-1) \leq x^2-2y+4$ ta được dạng $ax+by+1 \geq 0$. Khi đó $2a+3b$ bằng.

Đáp án: 5.

Lời giải

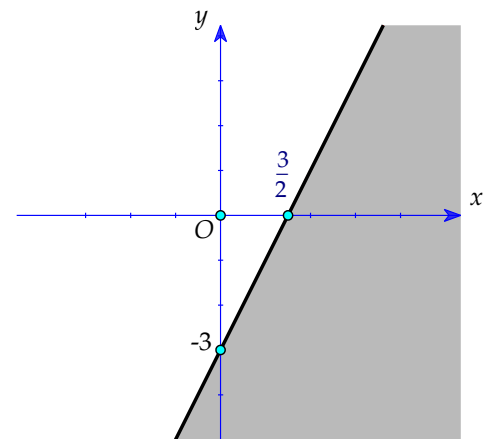
Ta có

$$\begin{aligned} 2(x-3y)-5x+x(x-1) &\leq x^2-2y+4 \\ \Leftrightarrow 2x-6y-5x+x^2-x &\leq x^2-2y+4 \\ \Leftrightarrow x+y+1 &\geq 0. \end{aligned}$$

Do đó $2a+3b=5$.

Câu 62: Trong mặt phẳng Oxy , phần nửa mặt phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $ax+y < b$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: -5



Lời giải

Bờ của nửa mặt phẳng là đường thẳng có phương trình $\Delta: y = 2x - 3$.

Suy ra phần tô đậm là miền nghiệm của bpt: $-2x + y < -3$.

Vậy $a = -2, b = -3 \Rightarrow a + b = -5$.

Câu 63: Có bao nhiêu điểm có hoành độ nguyên âm và tung độ nguyên dương thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x - y \geq -2$?

Lời giải

Đáp số: 1

Xét đường thẳng $d: x - y = -2$ cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $(-2; 0); (0; 2)$

Xét điểm $O(0; 0) \notin d: 0 - 0 \geq -2$.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $x - y \geq -2$ là nửa mặt phẳng bờ d có thể chiết xuất được 6 viên kim cương to và 3 viên kim cương nhỏ. Từ 1 tấn cacbon loại II có thể chiết xuất được 2 viên kim cương to và 2 viên kim cương nhỏ. Mỗi viên kim cương to có giá 20 triệu đồng, mỗi viên kim cương nhỏ có giá 10 triệu đồng. Hỏi trong một tháng, công ty này thu về được nhiều nhất bao nhiêu tiền lãi ? Biết mỗi tháng chỉ có thể sử dụng tối đa 4 tấn cacbon mỗi loại.

Lời giải

Đáp số: 280

Đặt x là số tấn cacbon loại I sử dụng trong một tháng, $0 \leq x \leq 4$

y là số tấn cacbon loại II sử dụng trong một tháng, $0 \leq y \leq 4$

Số viên kim cương to sản xuất được là $6x + 2y$

Số viên kim cương nhỏ sản xuất được là $3x + 2y$

Lợi nhuận trong một tháng:

$$F(x, y) = 20.(6x + 2y) + 10.(3x + 2y) - (100x + 40y) = 50x + 20y \text{ triệu đồng.}$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x, y)$ với x, y thỏa hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 6x + 2y \geq 12 \\ 3x + 2y \geq 9 \end{cases}$$

Xét các đường thẳng:

$d_1 : x = 0$ là trục tung

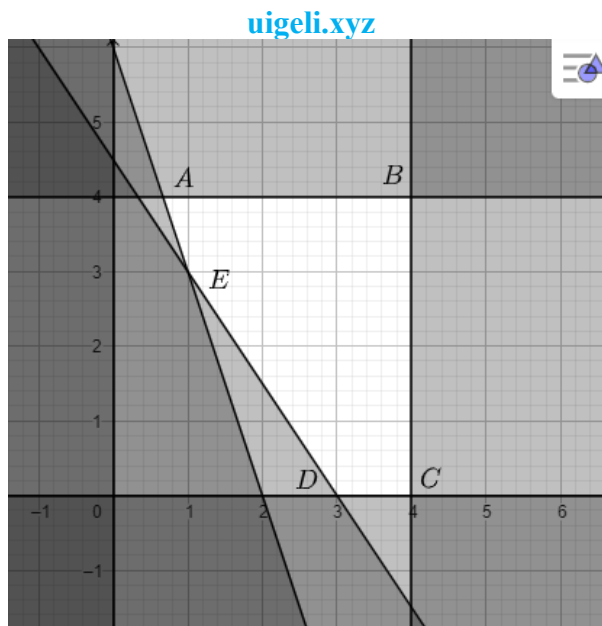
$d_2 : x = 4$ là đường thẳng song song Oy và đi qua $(4; 0)$

$d_3 : y = 0$ là trục hoành

$d_4 : y = 4$ là đường thẳng song song Ox và đi qua $(0; 4)$

$d_5 : 6x + 2y = 12$ đi qua $(0; 6)$ và $(2; 0)$

$d_6 : 3x + 2y = 9$ đi qua $\left(0; \frac{9}{2}\right)$ và $(3; 0)$.



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền đa giác $ABCDE$

Tại điểm $A\left(\frac{2}{3}; 4\right)$, $F = \frac{340}{3}$ Tại điểm $B(4; 4)$, $F = 280$

Tại điểm $C(4; 0)$, $F = 200$ Tại điểm $D(3; 0)$, $F = 150$

Tại điểm $E(1; 3)$, $F = 110$

Vậy mỗi tháng, công ty thu về được lãi nhiều nhất là 280 triệu đồng.

Câu 64: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x, y) = x + 2y$, với điều kiện

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$

Lời giải

Đáp số: 10

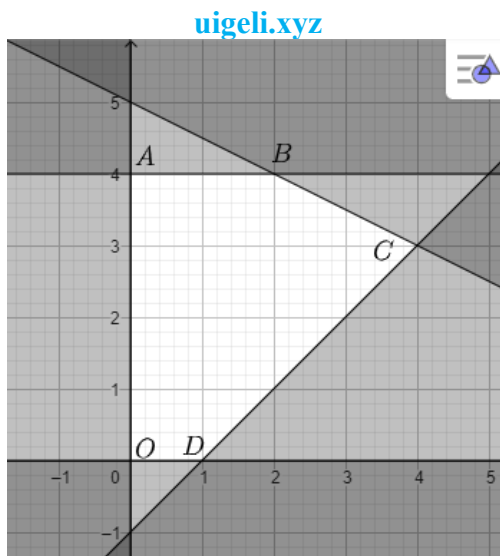
Xét các đường thẳng

$$d_1: y = 4;$$

$$d_2: x - y - 1 = 0;$$

$$d_3: x + 2y - 10 = 0;$$

$$Ox: y = 0; \quad Oy: x = 0.$$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền đa giác $OABCD$.

Tại điểm $O(0;0)$, $F = 0$

Tại điểm $A(0;4)$, $F = 8$

Tại điểm $B(2;4)$, $F = 10$

Tại điểm $C(4;3)$, $F = 10$

Tại điểm $D(1;0)$, $F = 1$

Vậy giá trị lớn nhất của F bằng 10.

Câu 65: Một cửa hàng bán lẻ bán hai loại hạt cà phê. Loại thứ nhất giá $140000/kg$ và loại thứ hai giá $180000/kg$. Cửa hàng trộn $x kg$ loại thứ nhất và $y kg$ loại thứ hai sao cho hạt cà phê đã trộn có giá không quá $170000/kg$. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y thỏa mãn điều kiện bài toán là $ax + y \leq b$. Tính $b - 2a$.

Đáp án: 6.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} 140000x + 180000y &\leq 170000(x + y) \\ \Leftrightarrow -30000x + 10000y &\leq 0 \\ \Leftrightarrow -3x + y &\leq 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \end{cases} &\Rightarrow b - 2a = 6 \end{aligned}$$

Câu 66: Bạn An cần mua một số tập vẽ và bút chì. Mỗi tập vẽ giá 10 nghìn đồng, mỗi bút chì giá 5 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số tập vẽ và bút chì bạn An có thể mua được ($x, y \in \mathbb{N}$). Nếu bạn An chỉ

có 50 nghìn đồng thì x và y thỏa mãn điều kiện $ax + by \leq c$, với a, b, c là các số tự nhiên không lớn hơn 15. Tìm $a + b + c$.

Đáp án: 13

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số tập vẽ và bút chì bạn An có thể mua được ($x, y \in \mathbb{N}$).

Theo giả thiết ta có: $10x + 5y \leq 50 \Leftrightarrow 2x + y \leq 10$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 13$$

Câu 67: Bạn Lan có 15 nghìn đồng để đi mua vở. Vở loại A có giá 3000 đồng một cuốn, vở loại B có giá 4000 đồng một cuốn. Hỏi bạn Lan có thể mua nhiều nhất bao nhiêu quyển vở sao cho bạn có cả hai loại vở?

Lời giải

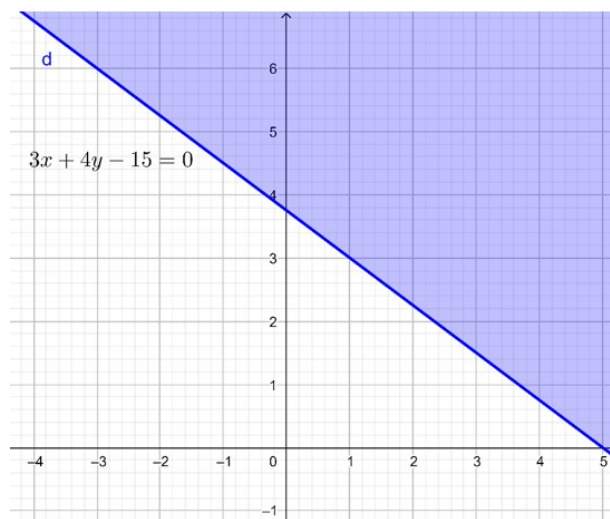
Đáp án: 4.

Gọi x, y lần lượt là số vở bạn Lan có thể mua ($x, y \in \mathbb{N}$).

Theo bài ra ta có: $3x + 4y \leq 15$.

Ta lấy gốc tọa độ $O(0;0)$ và tính $3.0 + 4.0 - 15 \leq 0$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d chứa gốc tọa độ O , kể cả đường thẳng d .



Vì $x, y \geq 1$ nên các cặp (x, y) thỏa mãn là $(1,1); (1,2); (1,3); (2,1); (2,2); (3,1)$.

Vậy bạn Lan có thể mua được nhiều nhất 4 quyển vở sao cho có cả hai loại.

Câu 68: Một xưởng sản xuất đồ gỗ mỹ nghệ sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Mỗi bộ sản phẩm loại I lãi 5 triệu đồng, mỗi bộ sản phẩm loại II lãi 4 triệu đồng. Để sản xuất mỗi bộ sản phẩm loại I cần máy làm việc trong 3 giờ và nhân công làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất mỗi bộ sản phẩm loại II cần máy làm việc trong 3 giờ và nhân công làm việc trong 1 giờ. Biết rằng chỉ dùng máy hoặc chỉ dùng nhân công, không thể đồng thời làm hai loại sản phẩm cùng lúc, số nhân công luôn ổn định. Một ngày máy làm việc không quá 15 giờ, nhân công làm việc không quá 8 giờ. Hỏi một ngày tiền lãi lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời : 23.

Gọi số bộ sản phẩm loại I sản xuất trong một ngày là: $x (x \geq 0)$.

Số bộ sản phẩm loại II sản xuất trong một ngày là: $y (y \geq 0)$.

Số lãi thu được là: $T = 5x + 4y$.

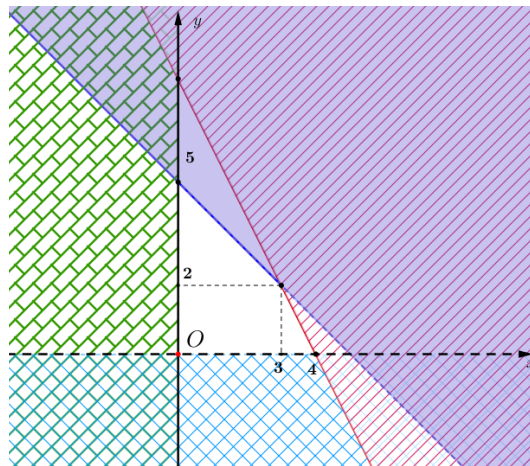
Số giờ làm việc của máy là: $3x + 3y$.

Số giờ làm việc của công nhân là: $2x + y$.

Theo giả thiết: Một ngày máy làm việc không quá 15 giờ, nhân công làm việc không quá 8 giờ nên ta có

hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 3y \leq 15 \\ 2x + y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác kể cả các cạnh không bị gạch trong hình bên dưới.



Xét các cặp $(x; y)$:
$$\begin{cases} (x; y) = (0; 0) \Rightarrow T = 0 \\ (x; y) = (4; 0) \Rightarrow T = 20 \\ (x; y) = (3; 2) \Rightarrow T = 23 \\ (x; y) = (0; 5) \Rightarrow T = 20 \end{cases} \Rightarrow T_{\max} = 23$$

Câu 69: Cho x, y thỏa $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ y+1 \geq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \end{cases}$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 2x + y$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời : 6.

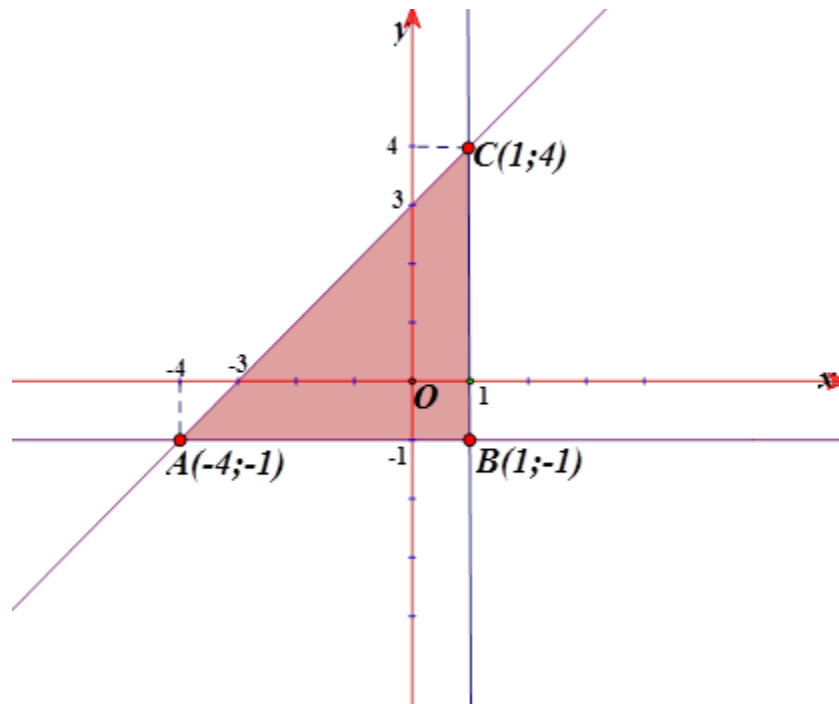
Ta có: $\begin{cases} x-1 \leq 0 & (1) \\ y+1 \geq 0 & (2) \\ x-y+3 \geq 0 & (3) \end{cases}$.

Vẽ các đường thẳng sau trên cùng hệ trục tọa độ:

$$d_1 : x-1=0$$

$$d_2 : y+1=0$$

$$d_3 : x-y+3=0$$



Điểm O thỏa mãn cả ba bất phương trình (1), (2), (3) nên miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền được tô màu. Kẻ cả các đường thẳng d_1, d_2, d_3 .

Gọi $A(-4; -1)$ là giao điểm của d_2 và d_3 .

$B(1; -1)$ là giao điểm của d_1 và d_2 .

$C(1; 4)$ là giao điểm của d_1 và d_3 .

Tại $A(-4; -1) \Rightarrow M = 2x + y = -9$.

Tại $B(1; -1) \Rightarrow M = 2x + y = 1$.

Tại $C(1; 4) \Rightarrow M = 2x + y = 6$.

Vậy $M_{\max} = 6$.

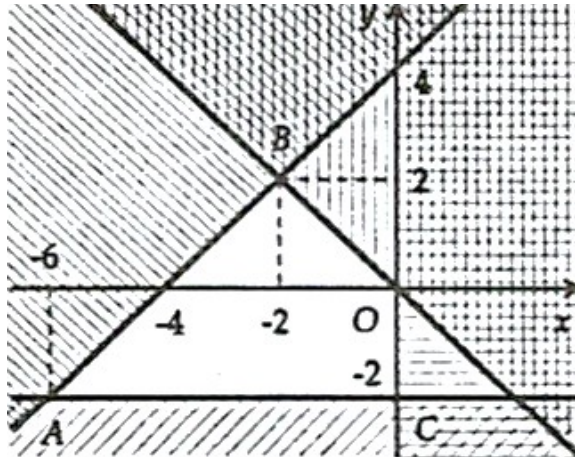
$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \leq 0 \\ x \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$

Câu 70: Cho hệ bất phương trình: . Miền nghiệm của hệ tạo thành một đa giác gồm bao nhiêu đỉnh?

Lời giải

Trả lời : 4.

+ Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục Oxy , ta được miền tứ giác $ABOC$ như hình vẽ.



+ Tọa độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0;0)$, $A(-6;-2)$, $B(-2;2)$, $C(0;-2)$.

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq x \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$

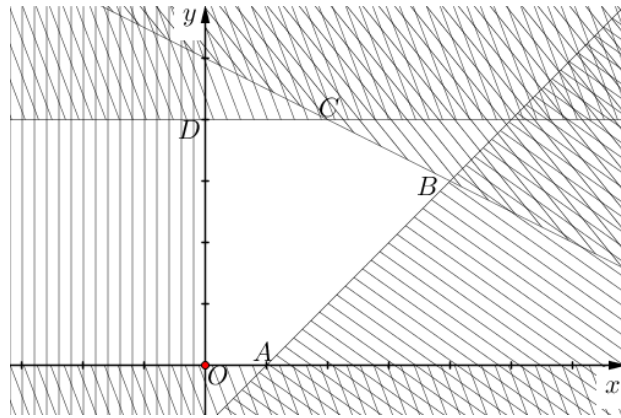
Câu 71: Cho hệ bất phương trình: . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x + 2y$, với $(x; y)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Lời giải

Trả lời : 10.

Tìm GTLN của $F = x + 2y$ với điều kiện

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 & (d_1) \\ 0 \leq x & (d_2) \\ x - y - 1 \leq 0 & (d_3) \\ x + 2y - 10 \leq 0 & (d_4) \end{cases}$$



+ Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục Oxy , ta được miền đa giác $OABCD$ như hình vẽ.

+ Tọa độ các đỉnh của ngũ giác đó là: $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(4;3)$, $C(2;4)$, $D(0;4)$.

+ Thay tọa độ O, A, B, C, D vào $F = x + 2y$ ta có:

	O	A	B	C	D
F	0	1	10	10	8

+ Vậy GTLN của biểu thức $F = x + 2y$ bằng 10 tại $B(4;3)$, $C(2;4)$.

Câu 72: Một phân xưởng sản xuất hai loại sản phẩm. Thời gian để làm ra một sản phẩm loại I gấp hai lần thời gian làm ra một sản phẩm loại II. Nếu chỉ sản xuất toàn sản phẩm loại II thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 sản phẩm. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 sản phẩm loại I và 240 sản phẩm loại II. Tiền lãi khi bán một sản phẩm loại I là 24 nghìn đồng, một sản phẩm loại II là 15 nghìn đồng. Khi tiền lãi lớn nhất, tổng số sản phẩm loại I và loại II là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời : 360.

Gọi số sản phẩm loại I và loại II mà phân xưởng làm được trong một ngày lần lượt là x và y $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Thời gian làm một sản phẩm loại II là $\frac{1}{60}$.

Thời gian làm một sản phẩm loại I là $\frac{1}{30}$.

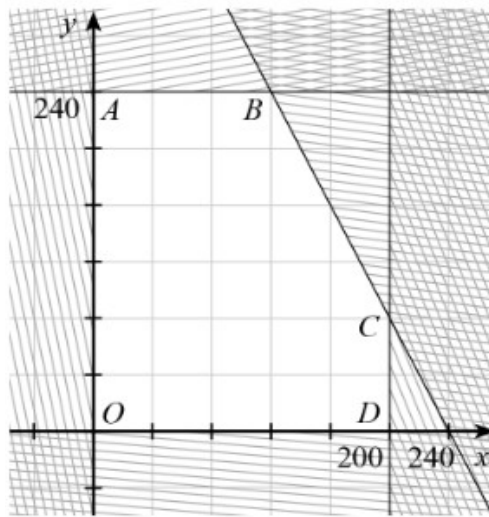
Tổng thời gian làm x sản phẩm loại I và y sản phẩm loại II là $\frac{x}{30} + \frac{y}{60}$.

Vì phân xưởng làm 8 tiếng mỗi ngày nên ta có $\frac{x}{30} + \frac{y}{60} \leq 8$ hay $2x + y \leq 480$ (1).

Tổng số tiền lãi khi bán x sản phẩm loại I và y sản phẩm loại II là $T = 24x + 15y$.

Theo giả thiết ta có $0 \leq x \leq 200$ (2), $0 \leq y \leq 240$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y \leq 480 \\ 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \end{cases} \quad (I) \quad \text{và} \quad (x, y) \in \square^*.$$



Ta có miền nghiệm của hệ (I) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0)$, $A(0;240)$, $B(120;240)$, $C(200;80)$, $D(200;0)$.

Ta có $T = 24x + 15y$ đạt giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của ngũ giác $OABCD$.

Với $O(0;0)$ ta có $T = 0$.

Với $A(0;240)$ ta có $T = 3600$.

Với $B(120;240)$ ta có $T = 6480$.

Với $C(200;80)$ ta có $T = 6000$.

Với $D(200;0)$ ta có $T = 4800$.

Vậy khi tiền lãi lớn nhất, số sản phẩm loại I là 120 sản phẩm và số sản phẩm loại II là 240 sản phẩm. Tổng là 360.

$$\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ -2x + y \leq 0 \\ -2x + y \geq -12 \\ y \geq -2 \end{cases} \quad (I)$$

Câu 73: Cho hệ bất phương trình (I) . Biết tồn tại cặp $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x + 4y + 2024$ đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức F .

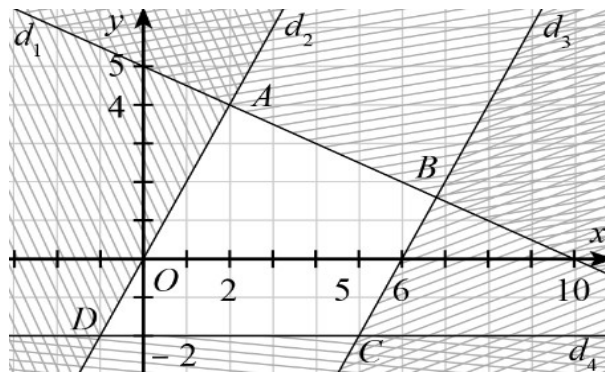
Lời giải

Trả lời : 2013.

Vẽ các đường thẳng $d_1: x + 2y = 10$, $d_2: -2x + y = 0$, $d_3: -2x + y = -12$, $d_4: y = -2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Gạch đi các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với $A(2; 4)$, $B\left(\frac{34}{5}; \frac{8}{5}\right)$, $C(5; -2)$, $D(-1; -2)$.



Ta có bảng giá trị

	$A(2; 4)$	$B\left(\frac{34}{5}; \frac{8}{5}\right)$	$C(5; -2)$	$D(-1; -2)$
$F = 3x + 4y + 2024$	2046	2050,8	2031	2013

Vậy $F = 3x + 4y + 2024$ đạt giá trị nhỏ nhất là 2013 khi $x = -1$, $y = -2$.

Câu 74: Bạn Huệ mang 140000 đồng đi hiệu sách để mua vở và bút. Biết rằng giá một quyển vở là 10000 đồng và giá một cây bút là 5000 đồng. Bạn Huệ mua 9 cây bút và dành tiền còn lại để mua vở. Hỏi bạn có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển vở?

Lời giải

Trả lời: 11

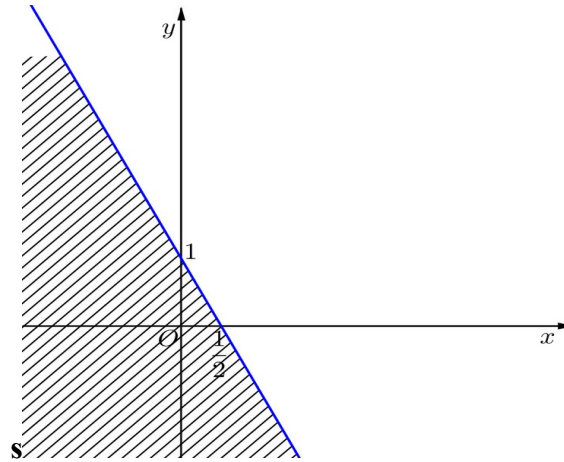
Gọi x, y lần lượt là số quyển vở và bút bạn Huệ mua.

Bất phương trình biểu diễn số quyển vở và bút có thể mua được theo số tiền mang theo là $10000x + 5000y \leq 140000$.

Khi bạn Huệ đã mua 9 cây bút thì ta có bất phương trình trở thành $10000x + 5000.9 \leq 140000 \Leftrightarrow x \leq 11,5$.

Vì x nguyên dương nên số quyển vở tối đa bạn Huệ mua được là 11 quyển.

Câu 75: Bất phương trình bậc nhất hai ẩn có miền nghiệm như hình dưới đây là bất phương trình có dạng $ax + by \geq c$. Ta có $a + b + c$ bằng?



Lời giải

Trả lời: 4.

Đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ và $B(0; 1)$ có phương trình: $2x + y = 1$.

Xét điểm $C(1; 1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình ta có: $2 \cdot 1 + 1 > 1$ nên bất phương trình bậc nhất hai ẩn cần tìm là $2x + y \geq 1$. Vậy ta có $a + b + c = 4$

Câu 76: Một bạn học sinh có 50.000 đồng muốn x cuốn vở và y cây bút bi $(x, y \in \mathbb{N})$. Biết giá một cuốn vở là 7000 đồng và một cây bút bi là 4000 đồng. Một bất phương trình mô tả cách lựa chọn phương án mua vở và bút của bạn học sinh đó có dạng $ax + by \leq 50$. Tính $a - b$?

Lời giải

Trả lời: 3.

Bất phương trình mô tả cách lựa chọn các phương án mua vở và bút bi của bạn học sinh là:

$$7000x + 4000y \leq 50000 \Leftrightarrow 7x + 4y \leq 50. \text{ Vậy } a - b = 3$$

Câu 77: Để chuẩn bị đồ dùng học tập cho năm học mới, mẹ cho Hoa 100.000 đồng để đi mua dụng cụ học tập. Sau khi lên danh sách đồ dùng còn thiếu, Hoa quyết định đi mua ít nhất 2 chiếc bút bi và một số vở để ghi chép. Biết giá tiền của một chiếc bút bi là 5.000 đồng và giá tiền một quyển vở là 7.000 đồng. Hỏi bạn Hoa có thể mua tối đa bao nhiêu quyển vở mà vẫn đảm bảo đủ đồ dùng học tập.

Lời giải

Trả lời: 12.

Gọi số bút và số vở mà bạn Hoa mua lần lượt là x, y ($x \geq 2; y \geq 0; x, y \in \mathbb{N}$).

Ta có: $5000x + 7000y \leq 100000 \Leftrightarrow 5x + 7y \leq 100 \Leftrightarrow y \leq \frac{100 - 5x}{7}$.

Do $x \geq 2$ nên $\frac{100 - 5x}{7} \leq \frac{90}{7} \Rightarrow y \leq \frac{90}{7}$.

Do vậy, bạn Hoa có thể mua tối đa 12 quyển vở.

Câu 78: Một cửa hàng bán hai loại gạo, loại I bán mỗi kg lãi 3000 đồng, loại II bán mỗi kg lãi 2000 đồng. Giả sử cửa hàng bán x kg gạo loại I và y kg gạo loại II. Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y để cửa hàng đó thu được số lãi lớn hơn 100000 đồng có dạng $ax + by > 10$. Khi đó $a + b$ bằng?

Lời giải

Trả lời: 0,5.

Bất phương trình biểu diễn mối liên hệ giữa x và y để cửa hàng thu được số lãi lớn hơn 100000 đồng là: $3000x + 2000y > 100000 \Leftrightarrow 0,3x + 0,2y > 10$.

$\Rightarrow a = 0,3; b = 0,2 \Rightarrow a + b = 0,5$.

Câu 79: Bạn Lan có 15 nghìn đồng để đi mua vở. Vở loại A có giá 3000 đồng một cuốn, vở loại B có giá 4000 đồng một cuốn. Hỏi bạn Lan có thể mua nhiều nhất bao nhiêu quyển vở sao cho bạn có cả hai loại vở?

Lời giải

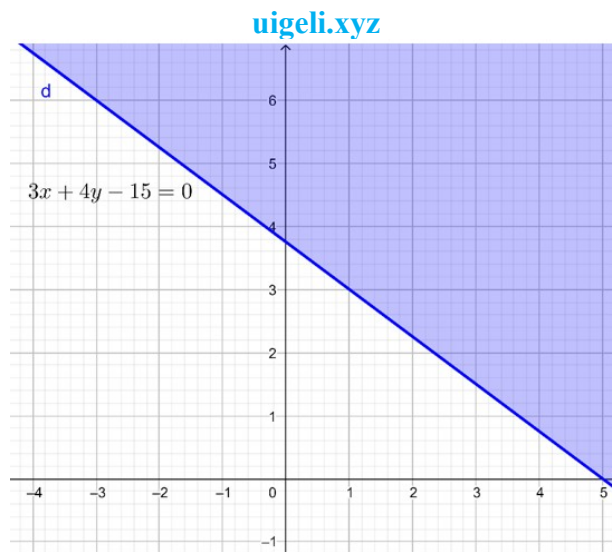
Trả lời: 4.

Gọi x, y lần lượt là số vở bạn Lan có thể mua ($x, y \in \mathbb{N}$).

Theo bài ra ta có: $3x + 4y \leq 15$.

Ta lấy gốc tọa độ $O(0;0)$ và tính $3.0 + 4.0 - 15 \leq 0$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d chứa gốc tọa độ O , kể cả đường thẳng d .



Vì $x, y \geq 1$ nên các cặp (x, y) thỏa mãn là $(1, 1); (1, 2); (1, 3); (2, 1); (2, 2); (3, 1)$.

Vậy bạn Lan có thể mua được nhiều nhất 4 quyển vở sao cho có cả hai loại.

Câu 80: Mẹ cho bạn An 200 nghìn đồng để mua vở và bút bi cho năm học mới. Khi đến nhà sách loại vở mà An hay dùng có giá 7 nghìn đồng một quyển, loại bút bi An hay dùng có giá 4,5 nghìn đồng một cây. Gọi x và y ($x, y \in \mathbb{N}$) lần lượt là số quyển vở và số bút bi bạn An mua. Khi đó x và y thỏa mãn bất phương trình $ax + 9y \leq b$. Biểu thức $5a + b$ có giá trị là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 470.

Gọi x và y lần lượt là số quyển vở và số bút bi bạn An mua.

Số tiền mua vở và bút bi là: $7x + 4,5y$

Vì mẹ bạn An chỉ cho 200 nghìn đồng để mua vở và bút bi nên ta có:

$$7x + 4,5y \leq 200$$

Theo giả thiết, BPT có dạng $ax + 9y \leq b$ nên: $7x + 4,5y \leq 200 \Leftrightarrow 14x + 9y \leq 400$.

Suy ra $a = 14, b = 400$

Vậy $5a + b = 5 \cdot 14 + 400 = 470$.

Câu 81: Bạn An mang 60000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển vở và bút. Biết rằng giá một quyển vở là 6000 đồng và giá của một cây bút là 10000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua nhiều nhất bao nhiêu quyển vở để tổng số quyển vở và cây bút mua được là nhiều nhất, biết rằng bạn An phải mua ít nhất 2 cây bút.

Lời giải

Trả lời: 6

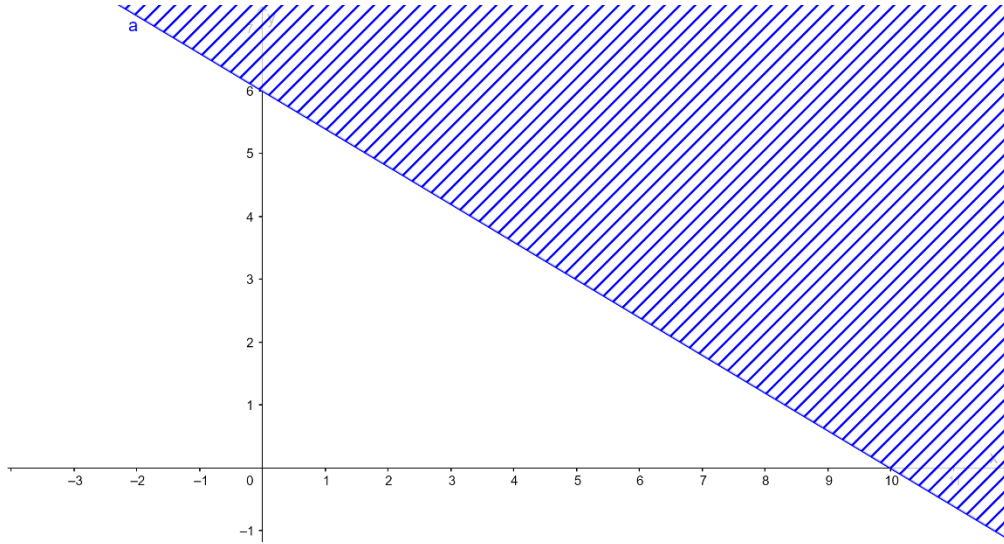
Gọi số quyển vở bạn An mua là x ($x \in \mathbb{N}$), số cây bút là y ($y \in \mathbb{N}, y \geq 2$).

Số tiền mua vở là $6000x$

Số tiền mua bút là $10000y$

Bất phương trình biểu diễn số quyển vở và cây bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là $6000x + 10000y \leq 60000 \Leftrightarrow 3x + 5y \leq 30$.

Miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không bị gạch chéo kể cả bờ là đường thẳng a được xác định như hình vẽ



Ta lập bảng giá trị của $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện bài toán như sau

y	2	3	4	5	6
x	$x \leq 6$	$x \leq 5$	$x \leq 3$	$x \leq 1$	$x \leq 0$
Giá trị lớn nhất của $T = x + y$	$T = 8$	$T = 8$	$T = 7$	$T = 6$	$T = 6$

Vậy An có thể mua nhiều nhất 6 quyển vở.

Câu 82: Bác Hòa muốn thuê một chiếc ô tô trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường đi chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

Gọi x và y lần lượt là số kilômét Bác Hòa đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền Bác Hòa phải trả không quá 25 triệu đồng là $4x + 5y \leq c$. Khi đó giá trị của c là

Lời giải

Trả lời: 8750

Gọi x và y lần lượt là số kilômét bác Hòa đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần.

Số tiền bác Hòa phải trả từ thứ Hai đến thứ Sáu là $5.900 + 8x = 4500 + 8x$

Số tiền bác Hòa phải trả hai ngày cuối tuần là $2.1500 + 10y = 3000 + 10y$

Vì đề bài yêu cầu tổng số tiền bác Hòa phải trả không quá 25 triệu đồng nên ta có

$$(4500 + 8x) + (3000 + 10y) \leq 25000 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 8750$$

Câu 83: Bạn An có 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút.

Lời giải

Trả lời: 11.

Bất phương trình biểu diễn số tập và bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là

$$8000x + 6000y \leq 150000$$

Bạn Lan có thể mua được tối đa số quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút là

$$8000x + 6000.10 \leq 150000 \Leftrightarrow x \leq 11,25$$

Vì x nguyên dương nên số quyển tập tối đa bạn An mua được là 11 quyển.

Câu 84: Một cửa hàng bán lẻ bán hai loại hạt cà phê. Loại thứ nhất giá $140000/kg$ và loại thứ hai giá $180000/kg$. Cửa hàng trộn $x kg$ loại thứ nhất và $y kg$ loại thứ hai sao cho hạt cà phê đã trộn có giá không quá $170000/kg$. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y thỏa mãn điều kiện bài toán là $ax + y \leq b$. Tính $b - 2a$.

Lời giải

Đáp án: 6.

Ta có:

$$140000x + 180000y \leq 170000(x + y)$$

$$\Leftrightarrow -30000x + 10000y \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -3x + y \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow b - 2a = 6$$

Câu 85: Bạn An cần mua một số tập vẽ và bút chì. Mỗi tập vẽ giá 10 nghìn đồng, mỗi bút chì giá 5 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số tập vẽ và bút chì bạn An có thể mua được $(x, y \in \mathbb{N})$. Nếu bạn An chỉ

có 50 nghìn đồng thì x và y thỏa mãn điều kiện $ax + by \leq c$, với a, b, c là các số tự nhiên không lớn hơn 15. Tìm $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 13

Gọi x, y lần lượt là số tập vẽ và bút chì bạn An có thể mua được ($x, y \in \mathbb{N}$).

Theo giả thiết ta có: $10x + 5y \leq 50 \Leftrightarrow 2x + y \leq 10$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 13$$

Câu 86: Bạn Lan mang 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút.

Lời giải

Trả lời: 11

Bất phương trình biểu diễn số tập và bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là

$$8000x + 6000y \leq 150000$$

Bạn Lan có thể mua được tối đa số quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút là

$$8000x + 6000 \cdot 10 \leq 150000 \Leftrightarrow x \leq 11,25$$

Vì x nguyên dương nên số quyển tập tối đa bạn Lan mua được là 11 quyển.

Câu 87: Một gia đình cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất $2,0\text{kg}$ thịt bò và $1,5\text{kg}$ thịt lợn. Giá tiền 1kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $4x^2 + y^2$.

Lời giải

Trả lời: 2.875

Điều kiện: $0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1,5$

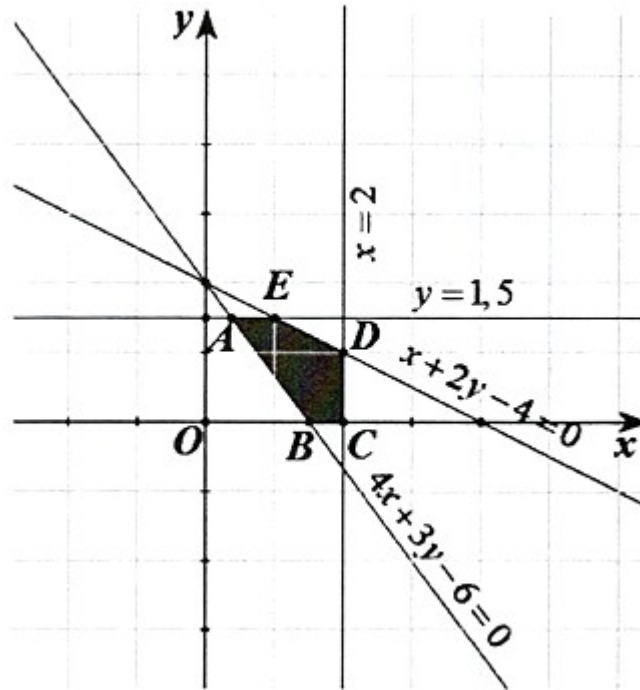
Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 1200 đơn vị protein và 800 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là:

$$800x + 600y \geq 1200 \Leftrightarrow 4x + 3y \geq 6 \text{ và } 200x + 400y \geq 800 \Leftrightarrow x + 2y \geq 4$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 1,5 \\ 4x + 3y \geq 6 \\ x + 2y \geq 4 \end{cases}$$

Ta có hệ bất phương trình sau:



Miền nghiệm của hệ trên là miền ngũ giác $ABCDE$ kể cả các cạnh của ngũ giác.

Chi phí để mua $x \text{ kg}$ thịt bò và $y \text{ kg}$ thịt lợn là $T = 200x + 100y$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $T(x, y) = 200x + 100y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D, E .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{8} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ . Vậy } A\left(\frac{3}{8}; \frac{3}{2}\right) \text{ .}$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \text{ . Vậy } C(2; 0) \text{ .}$$

Tọa độ điểm D là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 2 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } D(2; 1) \text{ .}$$

Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ . Vậy } E\left(1; \frac{3}{2}\right) \text{ .}$$

Ta thấy $T(x; y) = 200x + 100y$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C, D, E .

$$\text{Tại } A\left(\frac{3}{8}; \frac{3}{2}\right) \text{ thì } T = 200 \cdot \frac{3}{8} + 100 \cdot \frac{3}{2} = 225.$$

$$\text{Tại } B\left(\frac{3}{2}; 0\right) \text{ thì } T = 200 \cdot \frac{3}{2} + 100 \cdot 0 = 300.$$

$$\text{Tại } C(2; 0) \text{ thì } T = 200 \cdot 2 + 100 \cdot 0 = 400.$$

$$\text{Tại } D(2; 1) \text{ thì } T = 200 \cdot 2 + 100 \cdot 1 = 500.$$

$$\text{Tại } E\left(1; \frac{3}{2}\right) \text{ thì } T = 200 \cdot 1 + 100 \cdot \frac{3}{2} = 350.$$

Như vậy để chi phí bỏ ra thấp nhất mà vẫn đảm bảo nhu cầu dinh dưỡng khi $x = \frac{3}{8}$ và

$$y = \frac{3}{2} \Rightarrow 4x^2 + y^2 = 4 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{45}{16}.$$

Câu 88: Bác Hai có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Hai cần 10 ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Hai cần 20 ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Hai chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 260

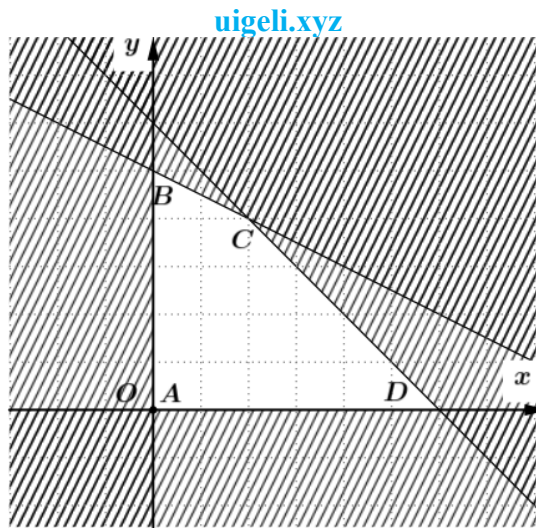
Gọi diện tích trồng bắp là x ha, $x \geq 0$. Số ngày công trồng bắp là $10x$ ngày

Diện tích trồng cà chua là y ha, $y \geq 0$. Số ngày công trồng cà chua là $20y$ ngày

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ 10x + 20y \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ x + 2y \leq 10 \end{cases}.$$

Dựa vào dữ kiện của đề bài ta có hệ bất phương trình

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$, với $A(0; 0)$, $B(0; 5)$, $C(2; 4)$, $D(6; 0)$.



Số tiền bác Hai thu được khi canh tác 6 ha đất trong 100 ngày là $F = 30x + 50y$

Ta thấy $F = 30x + 50y$ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các đỉnh.

Tại $A(0;0)$ thì $F = 0$; tại $B(0;5)$ thì $F = 250$;

tại $C(2;4)$ thì $F = 260$; tại $D(6;0)$ thì $F = 180$.

Vậy số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là 260 triệu đồng khi trồng 2 ha bắp và 4 ha cà chua.

Câu 89: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 640

Giả sử x, y lần lượt là số lít nước ngọt loại I và số lít nước ngọt loại II mà mỗi đội cần pha chế.

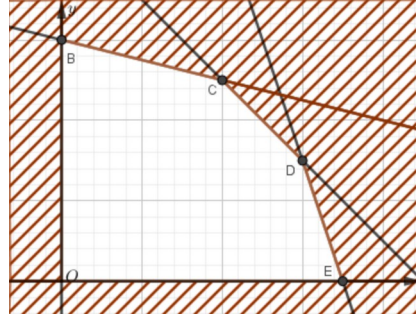
Điều kiện: $x \geq 0, y \geq 0$

Vì số gam đường được sử dụng tối đa gam đường nên $30x + 10y \leq 210$.

Vì số lít nước được sử dụng tối đa 9 lít nước nên $x + y \leq 9$.

Vì số gam hương liệu được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu nên $x + 4y \leq 24$.

Ta có hệ:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases}$$



Miền nghiệm là phần hình vẽ không tô màu ở hình trên, hay là ngũ giác $OBCDE$ với $O(0;0), B(0;6), C(4;5), D(6;3), E(7;0)$.

Số điểm thưởng nhận được là $P(x; y) = 60x + 80y$.

Ta đi tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P(x; y)$ với x, y thỏa mãn (*)

Biểu thức $P = 60x + 80y$ đạt GTLN tại $(x; y)$ là tọa độ một trong các đỉnh của ngũ giác.

Thay lần lượt tọa độ các điểm O, B, C, D, E vào biểu thức $P(x; y)$ ta được:

$$P(0;0) = 0; P(0;6) = 480; P(4;5) = 640; P(6;3) = 600; P(7;0) = 420$$

Vậy số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là 640 điểm khi pha chế 4 lít nước ngọt loại I và 5 lít nước ngọt loại II.

Câu 90: Một công ty trong một đợt quảng cáo và bán hàng, cần thuê xe để chở 70 người và 30 tấn hàng. Nơi cho thuê xe chỉ có hai loại xe: xe loại A và xe loại B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu và một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu. Biết rằng mỗi xe loại A chỉ chở tối đa 10 người và 2 tấn hàng; mỗi xe loại B chỉ chở tối đa 5 người và 5 tấn hàng. Tính số tiền ít nhất công ty cần bỏ ra thuê xe để thực hiện đợt quảng cáo và bán hàng.

Lời giải

Trả lời: 32

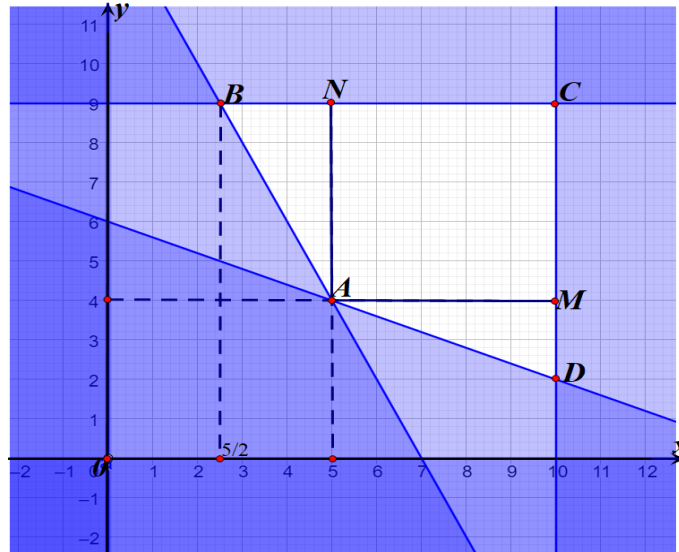
Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và số xe loại B cần phải thuê.

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \leq 14 \\ 2x + 5y \leq 30 \end{cases}$$

Từ điều kiện bài ra ta có hệ

Khi đó số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $F = 4x + 3y$

Miền nghiệm của hệ là tứ giác $ABCD$ như hình vẽ bên dưới



Với $A(5;4), B(\frac{5}{2};9), C(10;9), D(10;2)$

$$F(5;4) = 32; F(\frac{5}{2};9) = 37; F(10;9) = 76; F(10;2) = 48$$

Do đó số tiền ít nhất công ty cần bỏ ra để thuê xe là 32

Câu 91: Một nhà máy sản xuất hai loại thức ăn gia súc: loại A và loại B. Để sản xuất 1 tấn thức ăn loại A cần 3 tấn nguyên liệu X, 2 tấn nguyên liệu Y và 1 tấn phụ gia. Để sản xuất 1 tấn thức ăn loại B cần 2 tấn nguyên liệu X, 4 tấn nguyên liệu Y và 3 tấn phụ gia. Nhà máy có tối đa 120 tấn nguyên liệu X, 160 tấn nguyên liệu Y và 80 tấn phụ gia. Biết rằng lợi nhuận thu được từ mỗi tấn thức ăn loại A là 20 triệu đồng và từ loại B là 30 triệu đồng. Lợi nhuận nhà máy thu được lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

x và y

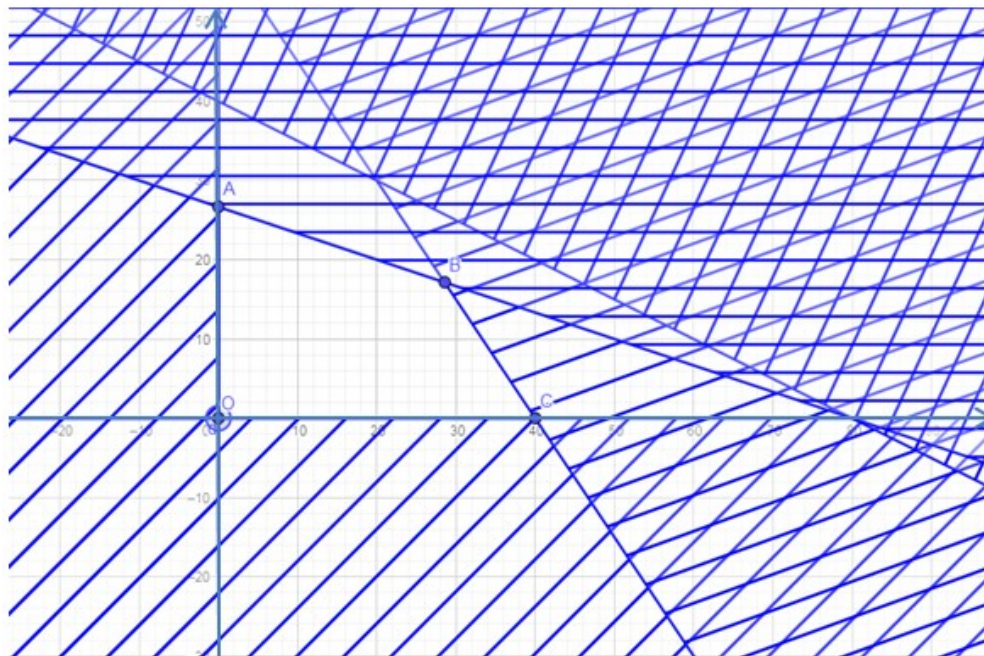
Gọi x và y lần lượt là số lượng thức ăn loại A và loại B mà nhà máy nên sản xuất. Theo đề bài ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 120 \\ 2x + 4y \leq 160 \\ x + 3y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y \leq 120 \\ x + 2y \leq 80 \\ x + 3y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Lợi nhuận thu được từ việc sản xuất x tấn thức ăn loại A và y tấn thức ăn loại B là:

$$T = 20x + 30y$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ:



Vậy miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0), A\left(0; \frac{80}{3}\right), B\left(\frac{200}{7}; \frac{120}{7}\right), C(40;0)$

$T = 20x + 30y$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{7600}{7} \approx 1086$ tại $x = \frac{200}{7}, y = \frac{120}{7}$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà nhà máy thu được là 1086 triệu đồng.

Câu 92: Bác Quân là chủ một trang trại, bác dự định trồng cà phê và ca cao trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Biết rằng, trên mỗi ha, nếu trồng cà phê thì cần 20 ngày công và thu được 9 triệu đồng, nếu trồng ca cao thì cần 30 ngày công và thu được 12 triệu đồng. Bác Quân xác định đầu tư không quá 180 ngày công. Biết rằng, bác Quân cần trồng m ha cà phê và n ha ca cao sẽ thu được nhiều tiền nhất. Giá trị mn bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: $mn = 12$.

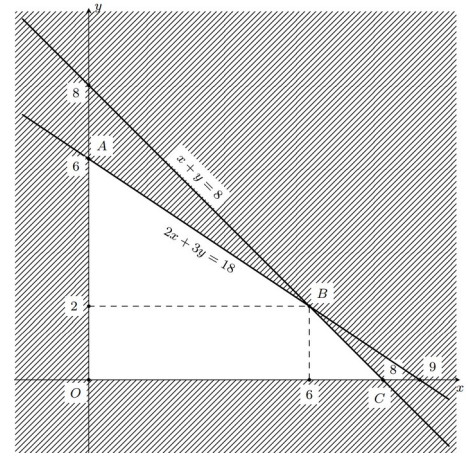
Gọi x, y lần lượt là diện tích đất trồng cà phê và ca cao.

Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên, ta được miền

nghiệm là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0)$, $A(0;6)$, $B(6;2)$, $C(8;0)$.



Số tiền thu được là $F(x; y) = 9x + 12y$.

Ta có $F(0;0) = 0$, $F(0;6) = 72$, $F(6;2) = 78$, $F(8;0) = 72$. Do đó giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ là 78, đạt được khi $x = 6$; $y = 2$.

Vậy bác Quân trồng cà phê và ca cao trên diện tích tương ứng là 6 ha và 2 ha thì thu được nhiều tiền nhất.

Câu 93: Một xưởng có máy cắt và máy tiện dùng để sản xuất trục sắt và đỉnh ốc. Sản xuất 1 tấn trục sắt thì lần lượt máy cắt chạy trong 3 giờ và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 2 triệu. Sản xuất 1 tấn đỉnh ốc thì lần lượt máy cắt và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 1 triệu. Một máy không thể sản xuất cả 2 loại. Máy cắt làm không quá 6 giờ/ngày, máy tiện làm không quá 4 giờ/ngày. Theo tính toán, nếu một ngày xưởng sản xuất được a tấn trục sắt và b tấn đỉnh ốc thì tiền lãi sẽ đạt cao nhất. Tính $T = a + 3b$.

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi là số tấn trục sắt và đỉnh ốc sản xuất trong ngày.

Số tiền lãi mỗi ngày: $L(x, y) = 2x + y$.

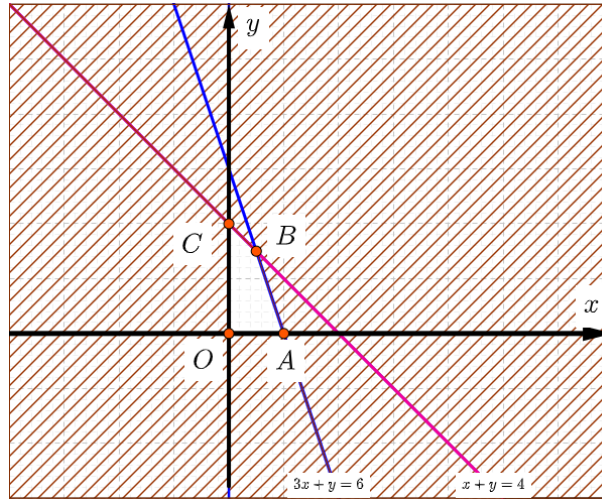
Số giờ làm việc mỗi ngày của máy cắt: $3x + y$.

Số giờ làm việc mỗi ngày của máy tiện: $x + y$.

$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Ta có hệ phương trình:

Bài toán trở thành: Trong các nghiệm của hệ bất phương trình $(*)$, tìm nghiệm $(x_0; y_0)$ sao cho $L(x; y) = 2x + y$ lớn nhất.



Miền nghiệm của $(*)$ là tứ giác $OABC$ như hình vẽ với $O(0;0), A(2;0), B(1;3), C(0;4)$.

Ta có: $L(0;0) = 0, L(2;0) = 4, L(1,3) = 5, L(0,4) = 4$.

Suy ra: GTLN của $L(x; y)$ bằng 5 khi $(x; y) = (1; 3)$

Vậy một ngày xưởng nên sản xuất 1 tấn trực sắt và 3 tấn đinh ốc để tiền lãi cao nhất.

Khi đó $a = 1, b = 3$ nên $a + 3b = 10$.

Câu 94: Một khách hàng cần đặt một thợ mộc một số bàn học và một số ghế. Để làm một cái bàn học người thợ mất 6 giờ và mất 4 giờ để làm một cái ghế. Người thợ mộc có tối đa 36 giờ/tuần để làm bàn và ghế. Khách hàng yêu cầu người thợ mộc làm số ghế nhiều nhất là hơn số bàn một cái. Số lượng bàn và ghế tối đa người thợ mộc có thể làm được trong một tuần là 7 cái. Biết một cái bàn học bán ra lãi 180 nghìn đồng, mỗi cái ghế bán ra lãi 140 nghìn đồng. Số tiền lãi thu về lớn nhất khi người thợ đóng được x_0 cái ghế và y_0 cái bàn trong 1 tuần. Tính $x_0 + y_0$.

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số ghế và số bàn học mà người thợ mộc làm được trong một tuần $(x, y \geq 0)$.

$$\begin{cases} 4x + 6y \leq 36 \\ y + 1 \geq x \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 18 \\ x - y \leq 1 \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

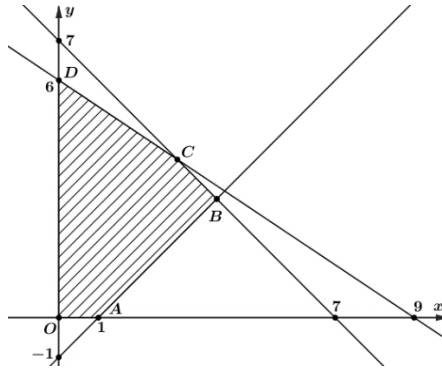
Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y - 18 = 0 \quad (d_1) \\ x + y = 7 \quad (d_2) \\ x - y - 1 = 0 \quad (d_3) \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{Với} \quad \begin{cases} E = d_1 \cap d_3 \\ D = d_1 \cap Oy \\ C = d_1 \cap d_2 \\ B = d_2 \cap d_3 \\ A = d_3 \cap Ox \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E\left(\frac{21}{5}; \frac{16}{5}\right) \\ D(0; 6) \\ C(3; 4) \\ B(4; 3) \\ A(1; 0) \end{cases}$$

Xét hệ phương trình

Với

Miền nghiệm của hệ (1) là miền trong tứ giác $OABD$ như hình vẽ.



Khi đó số tiền lãi mà người thợ mộc thu được là: $f(x; y) = 140x + 180y$

$$\begin{cases} f(O) = 0 \\ f(A) = 140.1 = 140 \\ f(B) = 140.4 + 180.3 = 1100 \\ f(C) = 140.3 + 180.4 = 1140 \\ f(D) = 140.0 + 180.6 = 1080 \end{cases}$$

Ta có

Do đó người thợ mộc cần làm được 3 cái ghế và 4 cái bàn trong 1 tuần thì được số tiền lãi lớn nhất 1140.

Vậy $x_0 + y_0 = 7$.

Trả lời: 7

Câu 95: Thầy Lộc PT tư vấn cho học viên mới về chi phí tối đa tập gym để nâng cao sức khỏe và thi đấu với chế độ ăn mỗi ngày không quá: $139g$ Protein; $242,1g$ Carbohydrate; $80g$ chất béo lành mạnh từ các

thực phẩm chính là trứng, yến mạch, thịt bò. Trong một ngày ăn không ăn quá $800g$ trứng, tỉ lệ khối lượng yến mạch và thịt bò là $3:2$. Gọi $x(100g); y(100g)$ lần lượt là khối lượng thịt bò và trứng cần mua để ăn trong một ngày sao cho số tiền mua là nhiều nhất và đảm bảo đúng chế độ ăn. Biết giá tiền và hàm lượng của 3 loại thực phẩm chính mà thầy hay dùng trong bảng bên dưới. Khi đó tổng khối lượng theo đơn vị $100g$ của 3 loại là

Tên thực phẩm	Giá tiền	Protein (g/100g)	Carbohydrate (g/100g)	Chất béo lành mạnh (g/100g)
Thịt bò	22	26	0	5
Trứng	7	15	0,7	9
Yến mạch	21	14	80	10

Lời giải

Trả lời: 8.

Điều kiện: $x \geq 0; 0 \leq y \leq 8$

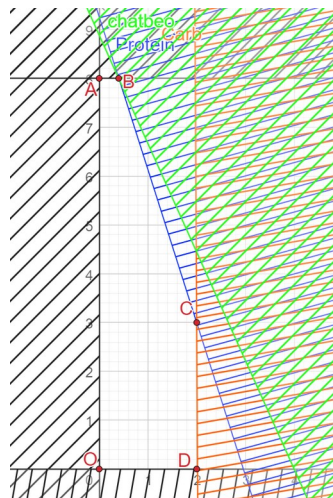
Khối lượng yến mạch là $\frac{3}{2}x$

Khi đó tổng khối lượng các loại: protein là $47x + 15y$; carb là $120x + 0,7y$ và chất béo là $20x + 9y$

Vì chế độ ăn mỗi ngày không ít hơn: $139g$ protein; $242,1g$ carbohydrate; $80g$ chất béo lành mạnh

$$\begin{cases} 47x + 15y \leq 139 \text{ (Protein)} \\ 120x + 0,7y \leq 242,1 \text{ (Carb)} \\ 20x + 9y \leq 80 \text{ (Chatbeo)} \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 8 \end{cases} \quad (*)$$

Ta có hệ bất phương trình sau:



Miền nghiệm của hệ trên là miền ngũ giác $OABCD$ kể cả các cạnh của ngũ giác.

Chi phí để mua $x(100g)$ thịt bò; $\frac{3x}{2}(100g)$ yến mạch và $y(100g)$ trứng là

$$T_{(x,y)} = 22x + 21 \cdot \frac{3}{2}x + 7y = 53,5x + 7y$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $T_{(x,y)} = 53,5x + 7y$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Tìm tọa độ các điểm $O; A; B; C; D$.

Tọa độ điểm $A(0;8)$

Tọa độ điểm $B(0,4;8)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 47x + 15y = 139 \text{ (Protein)} \\ 20x + 9y = 80 \text{ (Chatbeo)} \\ y = 8 \end{cases}$$

Tọa độ điểm $C(2;3)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 47x + 15y = 139 \text{ (Protein)} \\ 120x + 0,7y = 242,1 \text{ (Carb)} \end{cases}$$

Tọa độ điểm $D(2;0)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 120x + 0,7y \leq 242,1 \text{ (Carb)} \\ y = 0 \end{cases}$$

Giá trị lớn nhất của $T_{(x,y)} = 53,5x + 7y$ là tại điểm $C(2;3)$ là $T = 53,5 \cdot 2 + 7 \cdot 3 = 128$. Vậy tổng khối lượng

3 loại là $2 + \frac{3}{2} \cdot 2 + 3 = 8$

Câu 96: Một hợp tác xã chăn nuôi dự định trộn hai loại thức ăn gia súc X và Y để tạo thành thức ăn hỗn hợp cho gia súc. Giá một bao loại X là 250 nghìn đồng. giá một bao loại Y là 200 nghìn đồng. Mỗi bao loại X chứa 2 đơn vị chất dinh dưỡng A , 2 đơn vị chất dinh dưỡng B và 2 đơn vị chất dinh dưỡng C . Mỗi bao loại Y chứa 1 đơn vị chất dinh dưỡng A , 9 đơn vị chất dinh dưỡng B và 3 đơn vị chất dinh dưỡng C . Tìm chi phí nhỏ nhất để mua hai loại thức ăn gia súc X và Y sao cho hỗn hợp thu được chứa tối thiểu 12 đơn vị chất dinh dưỡng A , 36 đơn vị chất dinh dưỡng B và 24 đơn vị chất dinh dưỡng C .

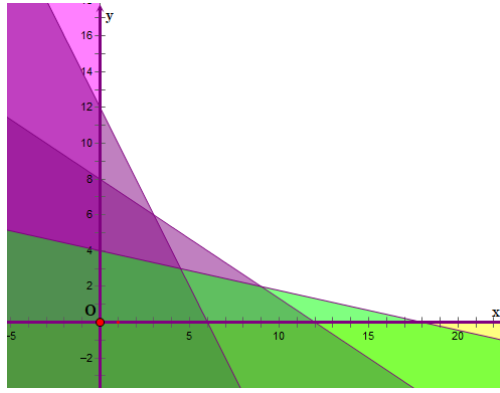
Lời giải

Trả lời: 1,95

Gọi x và y tương ứng là số bao loại X và loại Y . Khi đó, theo đề bài ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \geq 12 \\ 2x + 9y \geq 36 \\ 2x + 3y \geq 24 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ là miền có các đỉnh là $A(0;12), B(3;6), C(9;2), D(18;0)$.



Chi phí để mua hai loại thức ăn là $F(x; y) = 250x + 200y$.

Thay giá trị tại các đỉnh ta có $F(0;12) = 2400, F(3;6) = 1950, F(9;2) = 2650, F(18;0) = 4500$. Do đó, giá trị nhỏ nhất là $F(3;6) = 1950$. Vậy chi phí nhỏ nhất để mua hai loại thức ăn là 1,95 triệu đồng.

Câu 97: Một phân xưởng có hai máy chuyên dụng M_1 và M_2 để sản xuất hai loại sản phẩm A và B theo đơn đặt hàng. Nếu sản xuất được một tấn sản phẩm loại A thì phân xưởng nhận được số tiền lãi là 2 triệu đồng. Nếu sản xuất được một tấn sản phẩm loại B thì phân xưởng nhận được số tiền lãi là 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại A , người ta phải dùng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại B , người ta phải dùng máy M_1 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy M_1 làm việc không quá 6 giờ một ngày và máy M_2 làm việc không quá 4 giờ một ngày. Hỏi số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng này có thể thu được trong một ngày là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 6,8

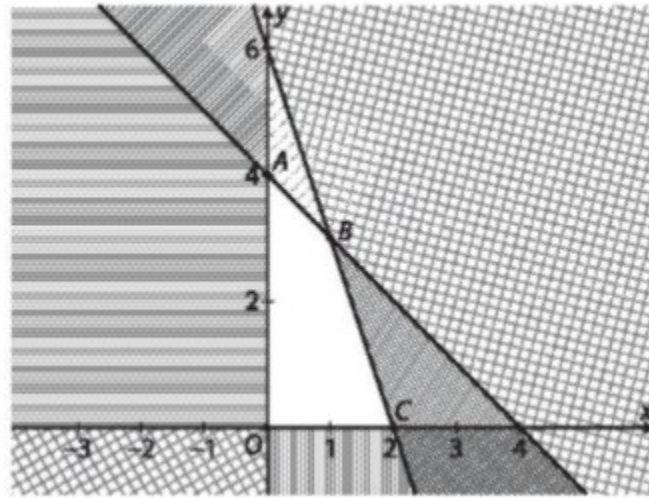
Gọi x và y lần lượt là số tấn sản phẩm loại A và loại B mà phân xưởng sản

xuất được. Khi đó, theo đề bài ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

Số tiền lãi phân xưởng thu được là $F(x; y) = 2x + 1,6y$. Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ với $(x; y)$ thỏa mãn hệ trên.

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0), A(0;4), B(1;3)$ và $C(2;0)$.



Tính giá trị của F tại các đỉnh ta được $F(0; 4) = \frac{32}{5}$, $F(1; 3) = \frac{34}{5}$, $F(2; 0) = 4$, $F(0; 0) = 0$. Khi đó giá trị

lớn nhất cần tìm là $F(1; 3) = \frac{34}{5}$. Vậy số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng có thể thu được là 6,8 triệu đồng.

Câu 98: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

Lời giải

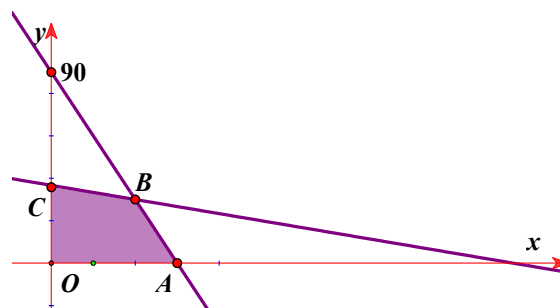
Trả lời: 32

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Ta có hệ bất phương trình sau:

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$.

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A , B , C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60;0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40;30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 99: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi ki – lo – gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi ki – lo – gam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 250 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x , y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Giá trị $x^2 + y^2$ là:

Lời giải

Trả lời: 1,3

Gia đình chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn nên $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$.

Mỗi ki - lo - gam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid; mỗi ki - lo - gam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid mà gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên:

$$\begin{cases} 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1,6 \\ y \geq 0 \\ y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy:

Biểu diễn miền nghiệm D_1 của bất phương trình $x \geq 0$.

Đường thẳng $x = 0$ là trục Oy.

Miền nghiệm D_1 của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy nằm bên phải trục Oy.

Tương tự ta biểu diễn các miền nghiệm:

Miền nghiệm D_2 của bất phương trình $y \geq 0$: là nửa mặt phẳng bờ Ox nằm bên trên trục Ox.

Miền nghiệm D_3 của bất phương trình $x \leq 1,6$: là nửa mặt phẳng bờ d_1 chứa điểm O.

Miền nghiệm D_4 của bất phương trình $y \leq 1,1$: là nửa mặt phẳng bờ d_2 chứa điểm O.

Miền nghiệm D_5 của bất phương trình $8x + 6y \geq 9$.

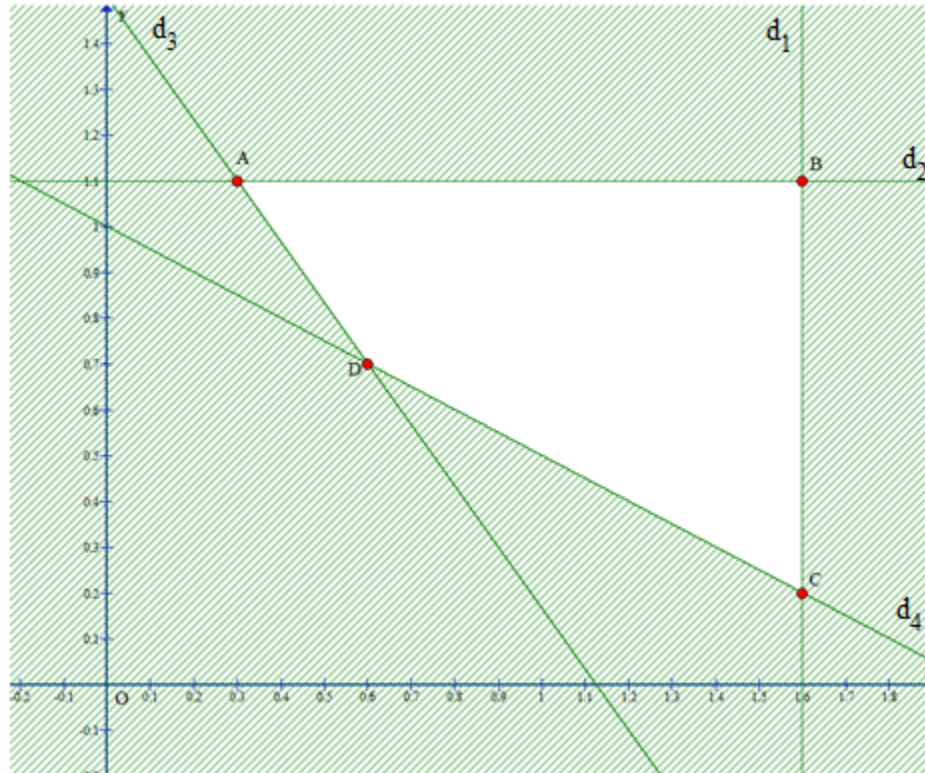
Vẽ đường thẳng $d_3: 8x + 6y = 9$.

Xét điểm O : Thay $x = 0, y = 0$ vào bất phương trình ta có $8 \cdot 0 + 6 \cdot 0 = 0 \geq 9$ là mệnh đề sai nên điểm O không thỏa mãn bất phương trình $8x + 6y \geq 9$.

Miền nghiệm D_5 của bất phương trình $8x + 6y \geq 9$ là nửa mặt phẳng bờ d_3 không chứa điểm O .

Tương tự miền nghiệm D_6 của bất phương trình $x + 2y \geq 2$ là nửa mặt phẳng bờ d_4 không chứa điểm O .

Ta có đồ thị:



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$:

A, B, C, D .

Giá tiền một kg thịt bò là 250 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng nên tổng số tiền cần mua là $F = 250x + 110y$ phải nhỏ nhất.

Tại $A, F = 250 \cdot 0,3 + 110 \cdot 1,1 = 196$;

Tại $B, F = 250 \cdot 1,6 + 110 \cdot 1,1 = 521$;

Tại $C, F = 250 \cdot 1,6 + 110 \cdot 0,2 = 422$;

Tại $D, F = 250 \cdot 0,6 + 110 \cdot 0,7 = 227$.

Vậy F nhỏ nhất là 196 khi $x = 0,3$ và $y = 1,1$.

Khi đó $x^2 + y^2 = 0,3^2 + 1,1^2 = 1,3$.

Câu 100: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B .

Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6kg chất B . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5kg chất B . Hỏi

chi phí mua nguyên vật liệu **ít nhất** bằng bao nhiêu, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên vật liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II ?

Lời giải

Trả lời: 34

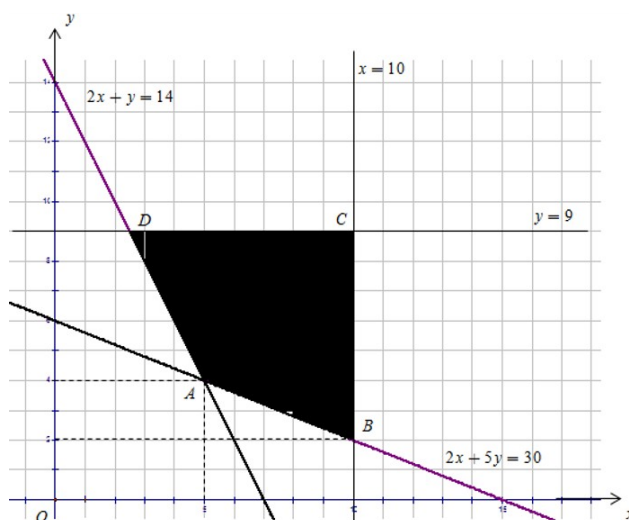
Giả sử ta dùng x nguyên liệu loại I và y nguyên liệu loại II để chiết xuất các chất A và B thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Tổng số tiền mua nguyên vật liệu là: $T(x; y) = 4x + 3,5y$.

Bài toán đã cho trở thành: Tìm các số x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 140 \leq 20x + 10y \\ 9 \leq 0,6x + 1,5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases} \quad (*)$$

sao cho $T(x; y) = 4x + 3,5y$ có giá trị nhỏ nhất.



Ta xác định miền nghiệm (S) của hệ $(*)$ là miền tứ giác $ABCD$ được đánh dấu như hình vẽ.

Trong đó: $A(5; 4), B(10; 2), C(10; 9), D\left(\frac{5}{2}; 9\right)$.

Biểu thức $T(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Thử trực tiếp ta thấy $T(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh $A(5; 4)$.

Vậy, chi phí mua nguyên vật liệu ít nhất bằng: $T(5; 4) = 4 \cdot 5 + 3,5 \cdot 4 = 34$ triệu đồng.

Câu 101: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6kg chất B . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5kg chất B . Hỏi chi

phí mua nguyên vật liệu **ít nhất** bằng bao nhiêu, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

Lời giải

Trả lời: 34

Gọi x, y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II cần dùng. Điều kiện x, y nguyên dương.

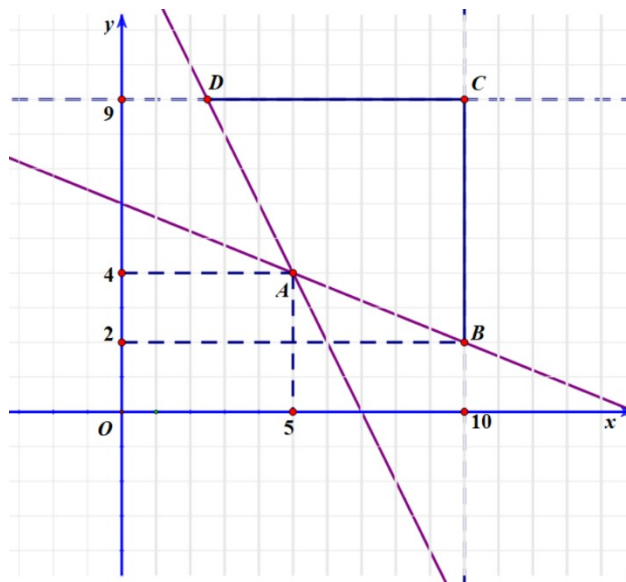
Với x tấn nguyên liệu loại I và y tấn nguyên liệu loại II, sản xuất được $20x + 10y$ kg chất A và $0,6x + 1,5y$ kg chất B

Số tiền để mua x tấn loại I và y tấn loại II là $L(x; y) = 4x + 3,5y$.

$$\begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \\ 0 < x \leq 10 \\ 0 < y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \\ 0 < x \leq 10 \\ 0 < y \leq 9 \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có hệ:

Miền nghiệm của hệ trên là:



+) Miền nghiệm là tứ giác $ABCD$ với $A(5; 4)$, $B(10; 2)$, $C(10; 9)$ và $D\left(\frac{5}{2}; 9\right)$.

$$L(A) = 20 + 14 = 34; \quad L(B) = 40 + 7 = 47; \quad L(C) = 40 + 31,5 = 71,5; \quad L(D) = 10 + 31,5 = 41,5$$

Vậy tại $A(5; 4)$ thì $L = 34$ triệu đồng là chi phí thấp nhất.

Câu 102: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để sản xuất ít nhất 140 kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10 kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi chi phí mua nguyên vật liệu ít nhất bằng bao nhiêu, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

Trả lời: 34

Gọi x, y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II cần dùng. Điều kiện x, y nguyên dương.

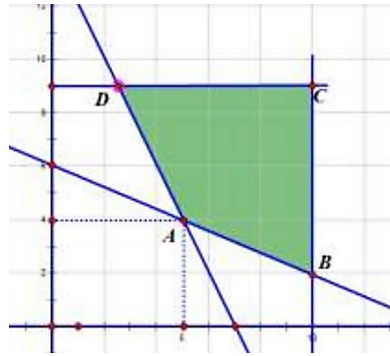
Với x tấn nguyên liệu loại I, y tấn nguyên liệu loại II, sản xuất được $20x+10y$ kg chất A và $0,6x+1,5y$ kg chất B

Số tiền để mua x tấn loại I và y tấn loại II là $L(x, y) = 4x + 3,5y$.

$$\begin{cases} 20x+10y \geq 140 \\ 0,6x+1,5y \geq 9 \\ 0 < x \leq 10 \\ 0 < y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y \geq 14 \\ 2x+5y \geq 30 \\ 0 < x \leq 10 \\ 0 < y \leq 9 \end{cases}$$

Theo giải thiết ta có hệ:

Miền nghiệm trên là:



Miền nghiệm tứ giác $ABCD$ với

$$A(5;4), B(10;2), C(10;9), D\left(\frac{5}{2};9\right)$$

$$+) L(A) = 20 + 14 = 34$$

$$L(B) = 40 + 7 = 47$$

$$L(C) = 40 + 31,5 = 71,5$$

$$L(D) = 10 + 31,5 = 41,5$$

Tại $A(5;4)$ thì $L = 34$ triệu đồng.

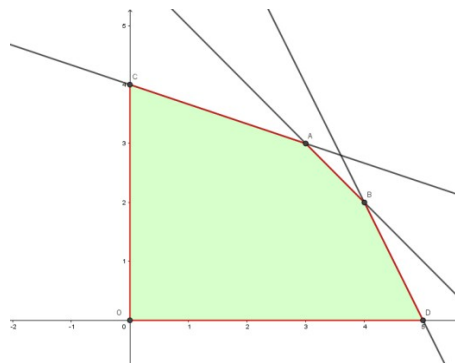
Câu 103: Một bác nông dân cần trồng lúa và khoai trên diện tích đất gồm 6 ha , với lượng phân bón dự trữ là 100 kg và sử dụng tối đa 120 ngày công. Để trồng 1 ha lúa cần sử dụng 20 kg phân bón, 10 ngày công với lợi nhuận là 30 triệu đồng; để trồng 1 ha khoai cần sử dụng 10 kg phân bón và 30 ngày công với lợi nhuận là 60 triệu đồng. Để đạt được lợi nhuận cao nhất, bác nông dân đã trồng $x \text{ (ha)}$ lúa và $y \text{ (ha)}$ khoai. Giá trị của x là:

Trả lời: 2

	Diện tích trồng (ha)	Phân bón (kg)	Ngày công (Ngày)
Lúa	x (ha)	$20x$ (kg)	$10x$ (ngày)
Khoai	y (ha)	$10y$ (kg)	$30y$ (ngày)
	$x + y \leq 6$	$20x + 10y \leq 100$	$10x + 30y \leq 120$

Lợi nhuận đạt được: $L = 30x + 60y$

Xét hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ 20x + 10y \leq 100 \\ 10x + 30y \leq 120 \end{cases}$$
 có miền nghiệm là đa giác trong hình vẽ.



Xét các đỉnh của đa giác $ABDOC$:

$O(0;0) \Leftrightarrow L = 0$ triệu đồng. $C(0;4) \Leftrightarrow L = 240$ triệu đồng.

$D(5;0) \Leftrightarrow L = 150$ triệu đồng. $A(3;3) \Leftrightarrow L = 270$ triệu đồng.

$B(2;4) \Leftrightarrow L = 300$ triệu đồng.

Vậy để đạt được lợi nhuận cao nhất thì số ha lúa là $x = 2$.